



# BedloadWeb

<https://www.bedloadweb.com/>

## Equations et concepts pour le calcul du transport solide en rivières

DOI: 10.13140/RG.2.2.34463.30887

**INRAE**





---

# CONTENU

---

CONTENU.....	3
LEXIQUE.....	7
1 RÉSUMÉ.....	9
2 INTRODUCTION .....	10
3 GRANULOMETRIE .....	12
3.1 Rappel sur la courbe granulométrique.....	12
3.2 Modélisation de la granulométrie du lit.....	13
4 L'HYDRAULIQUE .....	17
4.1 Régime uniforme .....	17
4.2 Le rayon hydraulique.....	18
4.3 Froude, Fluvial/Torrentiel.....	19
4.4 Contrainte hydraulique .....	20
4.4.1 Définition .....	20
4.4.2 Contrainte adimensionnelle (ou Nombre de Shields) .....	21
4.4.3 Contrainte totale versus contrainte de cisaillement.....	21
4.5 Conservation de la masse.....	22
4.6 Loi de frottement .....	22
4.6.1 Définition .....	22
4.6.2 Hypothèse du Froude unitaire .....	23
4.6.3 Les forces.....	24
4.6.4 Loi de frottement .....	26
4.7 Méthodes pour corriger la contrainte.....	32

---

4.7.1	Correction de la hauteur d'eau .....	32
4.7.2	Correction de la pente.....	33
4.7.3	Correction du nombre de Shields.....	34
5	LE DEBUT DE MOUVEMENT .....	35
5.1	Notion de début de transport .....	35
5.2	Shields critique $\tau_c^*$ et de référence $\tau_r^*$ .....	35
5.3	Quelle valeur pour $\tau_c^*$ ? .....	37
5.4	Masquage et surexposition .....	37
5.5	Le nombre de Shields critique en pratique .....	39
6	LES EQUATIONS DE TRANSPORT .....	40
6.1	Quelques généralités.....	40
6.1.1	Qu'est-ce qu'une équation de transport ?.....	40
6.1.2	Equation à seuil ou sans seuil ? .....	41
6.1.3	Domaine de validité.....	41
6.1.4	Laboratoire ou terrain .....	42
6.1.5	Transport à capacité .....	44
6.1.6	Calcul fractionné.....	45
6.1.7	Transport basé sur l'état de surface du lit.....	46
6.1.8	Section auto-formée dans ses alluvions.....	48
6.1.9	'Tubes' et travelling bedload .....	49
6.1.10	Variabilité .....	50
6.1.11	Equations morpho ou locale.....	52
6.1.12	Largeur et bande active.....	53
6.2	Les équations de transport.....	55

---

6.2.1	Bagnold [1980] .....	55
6.2.2	Camenen et Larson [2005] .....	56
6.2.3	Einstein-Brown [1950].....	56
6.2.4	Engelund & Hansen [1967].....	57
6.2.5	Lefort [2007].....	57
6.2.6	Meyer-Peter & Muller [1948].....	59
6.2.7	Parker [1979].....	59
6.2.8	Parker [1990].....	59
6.2.9	Recking [2013a] .....	61
6.2.10	Rickenmann [1991].....	63
6.2.11	Schoklitsch [1962].....	64
6.2.12	Smart & Jaeggi [1983].....	64
6.2.13	Van Rijn [1984] .....	65
6.2.14	Wilcock and Crowe [2003].....	66
6.2.15	Wong & Parker [2006].....	66
7	GRANULOMÉTRIE TRANSPORTÉE.....	67
7.1	Calcul à partir des formules fractionnées .....	67
7.2	Modélisation de la granulométrie transportée.....	67
8	CONCLUSION .....	74
	ANNEXE .....	75
	REFERENCES .....	76



# LEXIQUE

---

A: Section mouillée [m<sup>2</sup>]

D: Diamètre des sédiments [m]

D<sub>50</sub>: Diamètre médian [m]

D<sub>x</sub>: Diamètre du grain (l'indice dénote %plus fin que x)

Fr: Nombre de Froude  $Fr=U/\sqrt{gH}$

H: hauteur d'eau [m]

L: largeur du lit [m]

$\omega$ : puissance de l'écoulement,  $\omega=\tau U$

$\Phi$ : Transport solide adimensionnel,  $\Phi=qsv/\sqrt{g^*(s-1)*D^3}$

$\Psi$ : Diamètre géométrique,  $\Psi=\text{Log}D/\text{Log}2$ ,  $D=2^\Psi$

Q: Débit [m<sup>3</sup>/s]

q: débit unitaire ( $q=Q/W$ ) [m<sup>3</sup>/s/m]

Q<sub>s</sub>: Débit solide [kg/s]

Q<sub>sv</sub>: Débit solide volumique [m<sup>3</sup>/s]

Q<sub>sapp</sub>: Débit solide apparent,  $Q_{sapp}=\rho/\rho_{app}*Q_s$

q<sub>s</sub>: Transport solide unitaire ( $q_s=Q_s/W$ ) [kg/s/m]

q<sub>sv</sub>: Transport solide volumique unitaire ( $q_{sv}=Q_{sv}/W$ ) [m<sup>3</sup>/s/m]

R: Rayon hydraulique [m]

Re: Nombre de Reynolds  $Re=UR/\nu$

$\rho$ : masse volumique de l'eau (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_s$ : masse volumique des sédiments (kg/m<sup>3</sup>)

s: Densité relative,  $s=\rho_s/\rho$

S: Pente [m/m]

$\tau$ : Contrainte (N/m<sup>2</sup>)

$\tau_c$ : Contrainte critique (N/m<sup>2</sup>)

$\tau^*$ : Nombre de Shields [ ];  $\tau^*=\tau/(g(\rho_s-\rho)D) \Leftrightarrow \tau^*=RS/((s-1)D)$

$\tau_c^*$ : Nombre de Shields critique [ ];  $\tau_c^*=\tau_c/(g(\rho_s-\rho)D)$

U : Vitesse moyenne [m/s]

$u^*$ : vitesse de frottement,  $u^*=\sqrt{\tau/\rho}$

z: cote du lit [m]

# 1 RÉSUMÉ

---

Ce document présente les concepts et les équations utilisées dans le programme BedloadWeb. Les équations sont rappelées telles qu'elles ont été présentées dans la littérature. Dans la mesure du possible les limites de validité de chacune d'elle sont rappelées et discutées.

## 2 INTRODUCTION

Une des raisons qui a motivé le développement de l'outil BedloadWeb est de mettre à disposition du plus grand nombre des outils de calculs via une interface utilisateur conviviale et simplifiée, sans qu'il soit nécessaire de maîtriser les équations de l'hydraulique et du transport solide. Pour autant, beaucoup d'utilisateurs souhaiteront avoir accès à ces équations (pour les insérer dans un rapport, pour effectuer des vérifications des calculs, pour mieux comprendre ce qui est calculé..). C'est pourquoi ce manuscrit présente l'ensemble des équations utilisées dans le programme.

Une question revient inévitablement lorsqu'on utilise une équation est quelle est son domaine de validité. Cette question n'est pas simple et sera discutée au cas par cas.

Trois type de calculs sont considérés et concernent la granulométrie (du lit et transportée), l'hydraulique, le début de transport et le transport solide. Les différentes étapes du calcul du transport solide sont schématisées sur la figure suivante :

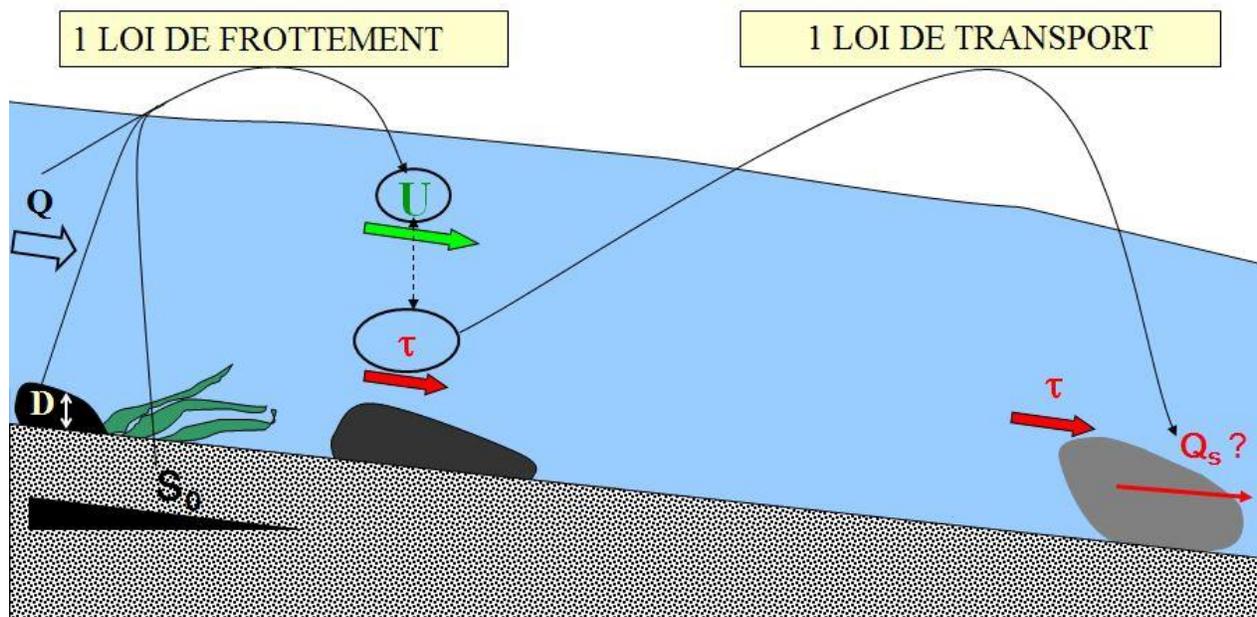


Figure 1: Schématisation des étapes du calcul

Dans un premier temps il faut définir les données nécessaires au calcul : granulométrie, géométrie du lit et pente, hydrologie.

Dans un second temps ces données sont utilisées pour calculer les grandeurs hydrauliques (vitesse et hauteur d'eau), via une loi de frottement.

Ces grandeurs permettent de calculer la contrainte (force) s'exerçant sur le lit et le débit solide via une loi de transport.

## 3 GRANULOMETRIE

### 3.1 Rappel sur la courbe granulométrique

On distingue plusieurs classes de sédiments en fonction de la taille :

- Les silts :  $D < 0.02$  mm
- Les sables :  $0.02 < D < 2$  mm
- Les graviers :  $2 < D < 20$  mm
- Les cailloux :  $20 < D < 200$  mm
- Les blocs :  $D > 200$  mm

Mais en général les sédiments sont un mélange des différentes tailles. Par exemple le Tableau 1 présente la composition granulométrique mesurée pour les sédiments du lit de la rivière Big Wood, et on voit que toutes les classes sont représentées depuis les sables jusqu'aux blocs (on considère souvent toute la fraction fine dans un seul sous-groupe  $< 2$  mm, sans distinction entre les silts et les sables).

D (mm) <sup>1</sup> appartient à la classe :	Notation: D (mm)	Fraction $f_i$	Cumul $\sum f_i$	Cumul en %
0-2 mm	2	0.070	0.070	7.0
2 – 4 mm	4	0.007	0.077	7.7
4 – 8 mm	8	0.013	0.090	9.0
8 – 16 mm	16	0.037	0.127	12.7
16 – 32 mm	32	0.067	0.193	19.3
32 – 64 mm	64	0.140	0.333	33.3
64 – 128 mm	128	0.213	0.547	54.7
128 – 256 mm	256	0.307	0.853	85.3
256 – 512 mm	512	0.100	0.953	95.3
412 – 1024 mm	1024	0.047	1.000	100

**Tableau 1: Composition granulométrique des sédiments de la rivière Big Wood**

<sup>1</sup> Remarque importante sur les unités: on utilise généralement les **millimètres (mm)** pour les représentations graphiques. Par contre ces valeurs doivent impérativement être converties en **mètre (m)** pour utilisation dans les calculs.

Comment lire ce tableau ? La première colonne indique la classe granulométrique concernée. En général cette colonne n'apparaît pas, mais est résumée par la colonne 2 : chaque classe est désignée par sa borne supérieure. La 3ème colonne indique, pour chaque classe, la fraction que représente cette classe dans le mélange sédimentaire : nombre de grain (ou masse) dans cette classe divisé par le nombre (ou masse) total de grain de l'échantillon. La 4ème colonne présente un cumul de ces fractions, avec bien sûr un total égal à 1. La dernière colonne donne la même chose mais en %.

## 3.2 Modélisation de la granulométrie du lit

Les courbes granulométriques sont classiquement construites à partir de données Taille/Fréquence saisies par l'utilisateur (par exemple données issues d'un comptage Wolman).

Mais l'outil offre aussi la possibilité de modéliser une courbe granulométrique à partir d'une connaissance du  $D_{50}$ . Cela peut présenter un certain intérêt lorsqu'on ne dispose que de cette valeur (ce qui est souvent le cas dans les rapports d'études), car certaines équations de transport nécessitent de connaître toute la courbe.

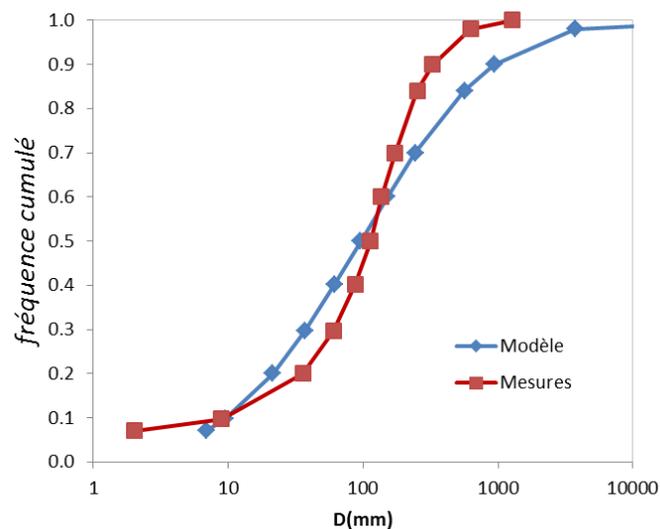
Il existe plusieurs façons de modéliser une courbe granulométrique. On trouvera dans la littérature l'utilisation de lois probabilistes. Cependant leur utilisation n'est pas aisée. La façon la plus simple est certainement d'assimiler la courbe granulométrique à une distribution log-normale, dont la fonction de densité s'écrit :

$$f(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma D} \exp \left[ -\frac{(\ln D - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1)$$

Où  $\mu$  et  $\sigma$  sont la moyenne et l'écart type de  $\ln D$  respectivement. On peut facilement tester cet ajustement sur un échantillon, sous excel par exemple en utilisant la fonction `LOI.LOGNORMALE.INVERSE.N( $f_i$ ;  $\mu$ ;  $\sigma$ )`, où  $f_i$  est la fréquence cumulée correspondant au diamètre  $D_i$  (varie 0 et 1). Appliqué à l'exemple du Tableau 1 cela donne  $\mu=4.56$  et  $\sigma=1.78$ . En réalité, si l'hypothèse d'une loi log normale est une hypothèse de travail très pratique, dans la réalité les courbes sont très dysymétriques et s'en écartent vers les granulométries fines et grossières.

Le modèle utilisé dans BedloadWeb est basé sur une analyse en similitude de plus de 140 courbes [Recking, 2013b] et est présenté au Tableau 2. Il réduit la courbe granulométrique à 3 paramètres : le  $D_{50}$ , le ratio  $D_{84}/D_{50}$ , et la teneur en sable  $F_s$  (s'il n'y a pas de sable, donner le plus petit diamètre de la courbe  $D_m$  est considéré).

$D_i$	$F_i$	$\ln(D_i)$	Dcal
2.0	0.070	0.69	6.9
8.9	0.097	2.19	9.4
35.6	0.200	3.57	21.4
60.4	0.296	4.10	36.9
87.4	0.401	4.47	61.1
113.0	0.500	4.73	95.7
136.4	0.600	4.92	150.4
173.0	0.700	5.15	243.8
251.0	0.840	5.53	563.7
326.3	0.900	5.79	940.6
627.5	0.980	6.44	3727.6
1280.1	1.000	7.15	72627.9



**Figure 2: Modélisation de la courbe granulométrique de l'exemple du Tableau 1 avec une loi lognormale.**

Class	$i$ (%)	$D_i$ (mm)	$C_n$
1	$100F_s$	$D_{min} (\geq 2\text{mm})$	-
2			16
3	$\frac{50-100F_s}{C_n} + 100F_s$	$\frac{D_{50} - D_{min}}{C_n} + D_{min}$	3.3
4			1.9
5			1.3
6	50	$D_{50}$	-
7	60	$\frac{D_{84} - D_{50}}{C_n} + D_{50}$	5.9
8	70		2.3
9	84	$D_{84}$	-
10	90		1.3
11	98	$C_n D_{84}$	2.5
12	100		5.1

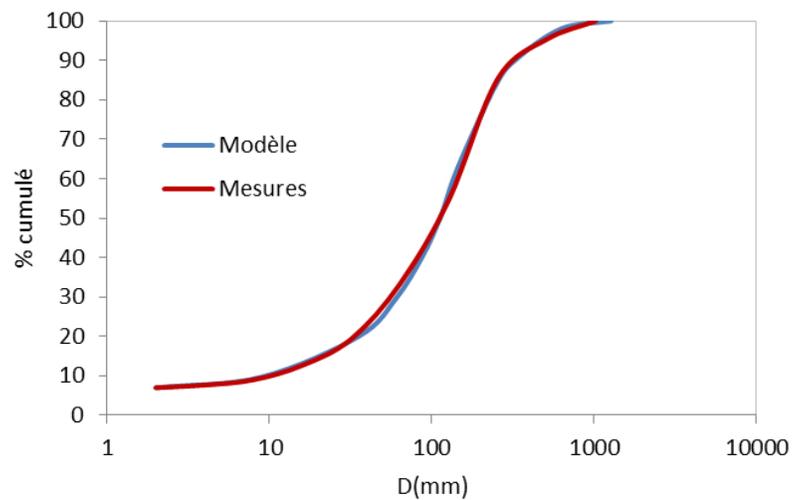
**Tableau 2: Modèle de courbe granulométrique. Les données d'entrée sont la teneur en sable  $F_s$  (ou le diamètre  $D_{min}$  minimum si  $> 2\text{mm}$ ),  $D_{50}$  et  $D_{84}/D_{50}$**

Comment utiliser ce modèle ?

- La courbe est décomposée en 12 classes (colonne 1).
- La colonne 2 donne le pourcentage cumulé de chaque classe granulométrique : il est soit indiqué, fixe, soit calculé à partir du coefficient  $C_n$  donné en colonne 4.
- La colonne 3 donne les diamètres délimitant la borne supérieure de chaque classe : sauf pour  $D_m$  (par défaut 2mm),  $D_{50}$ , et  $D_{84}$  (qui sont les données d'entrée), ces valeurs se calculent à partir du coefficient  $C_n$  de la colonne 4.

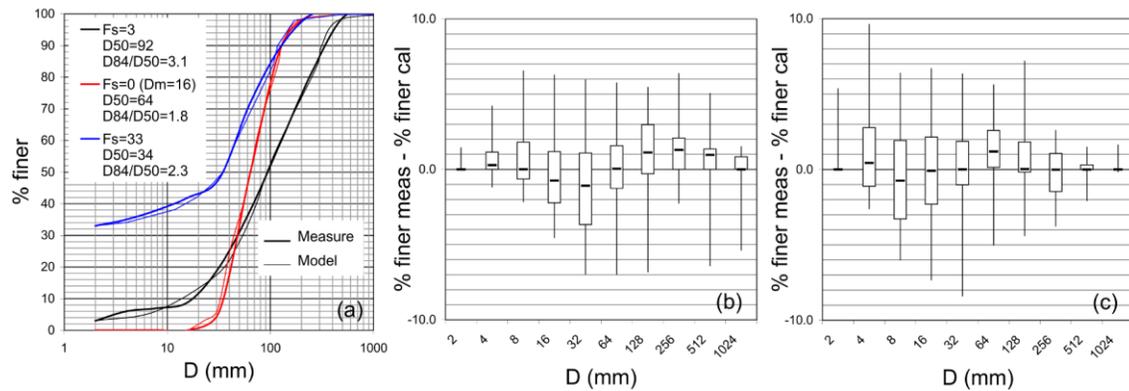
Le modèle est très facilement écrit sous Excel ; appliqué à l'exemple du Tableau 1, cela donne avec  $F_s=0.07$ ,  $D_{50}=111.4\text{mm}$  et  $D_{84}/D_{50} = 2.3$  :

Classe	$f_i(\%)$	$D_i$
1	7	2
2	10	9
3	20	36
4	30	60
5	40	87
6	50	113
7	60	136
8	70	173
9	84	251
10	90	326
11	98	628
12	100	1280



**Figure 3: Modélisation de la courbe granulométrique de l'exemple du Tableau 1 avec le modèle en similitude [Recking, 2013b].**

Ce modèle est très souple et s'adapte à à peu près toutes les formes de courbes granulométriques, comme le montre la Figure 4 où la comparaison avec 140 courbes granulométriques fait apparaître des erreurs faibles, de l'ordre de quelques % tout au plus, quelle que soit la fraction considérée.



**Figure 4: Modélisation de la courbe granulométrique ; a) comparaison du modèle avec 3 courbes granulométriques et différence entre les valeurs calculées et mesurées pour b) 78 GSD de calibration et c) 43 GSD de validation**

L'intérêt de ce modèle est qu'on peut facilement construire une courbe très réaliste à partir juste d'une estimation du  $D_{50}$ , si on utilise par défaut les valeurs statistiques suivantes  $F_s = 0.1$ ,  $D_{84}/D_{50}=2$  et  $D_{90}/D_{84} \approx 1.3$  [Recking, 2013b; Rickenmann and Recking, 2011]

## 4 L'HYDRAULIQUE

### 4.1 Régime uniforme

BedloadWeb n'est pas un code hydraulique. Il permet juste de calculer les grandeurs hydrauliques nécessaires à la quantification du transport solide moyen. Tous les calculs sont réalisés avec l'hypothèse de régime permanent (débit constant) et uniforme (chenal à géométrie et pente constante, conduisant à des paramètres hydrauliques constants lorsqu'on se déplace vers l'aval).

Pour quantifier les flux solides moyens on considèrera le comportement hydraulique moyen à l'échelle du tronçon. Cela permet de simplifier une succession de géométries complexes en une succession de géométries uniformes comme illustré sur la figure suivante.

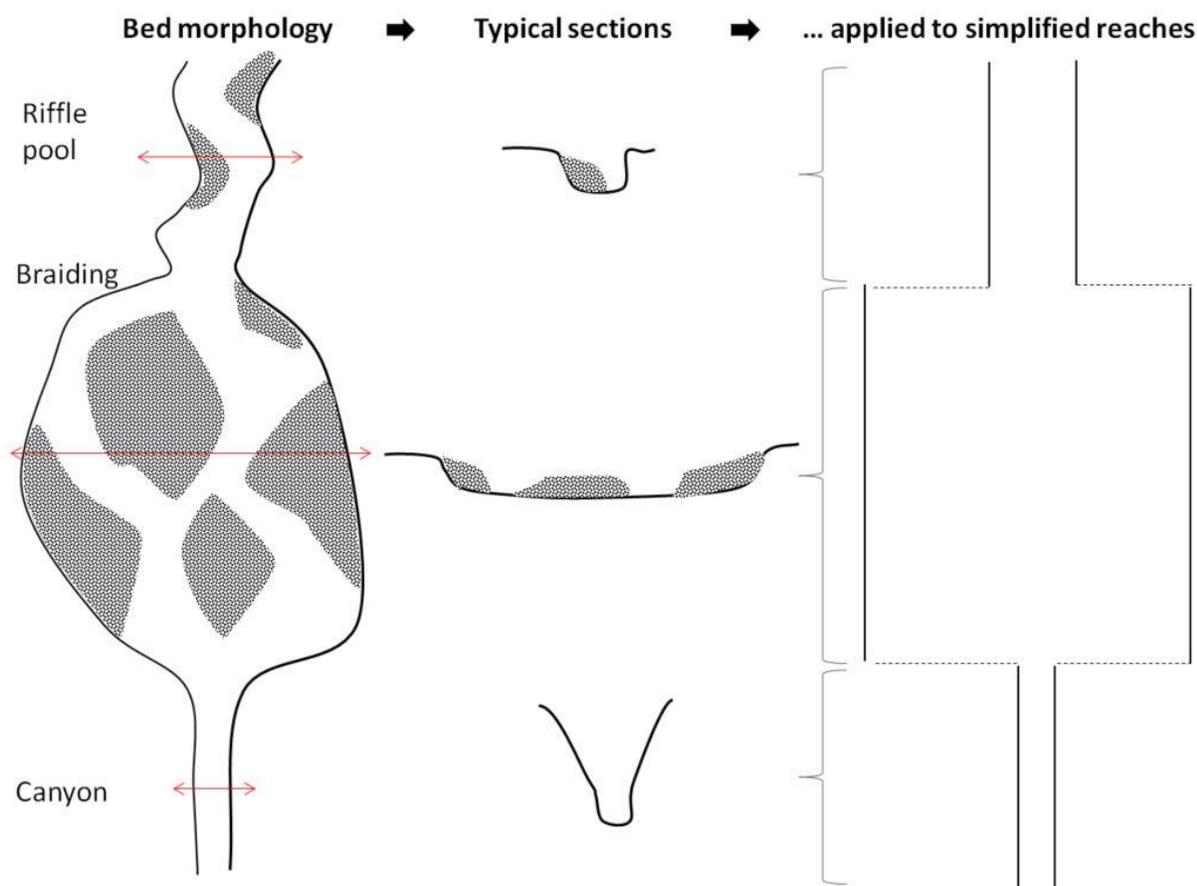


Figure 5: Approximation de la géométrie du lit par une succession de tronçons uniformes

Pour le cas transitoire, l'hydrogramme est découpé en pas de temps fixes et le calcul uniforme permanent est considéré pour chaque pas de temps.

Le calcul en régime uniforme permanent fourni une hauteur d'eau dite 'normale', c'est-à-dire la hauteur d'eau générée par le seul frottement exercé sur la rugosité du fond (il n'y a pas d'onde hydraulique superposée à cette hauteur).

Ces hypothèses de calculs seraient bien sûr inadaptées pour une étude hydraulique classique avec propagation rapide d'un hydrogramme (comme par exemple une étude des risques d'inondation ou des impacts hydrauliques d'un ouvrage), et il sera nécessaire de mettre en œuvre des codes hydrauliques appropriés, résolvant en 1D, 2D ou 3D les équations de Saint-Venant ou de Navier-Stokes selon la complexité du cas traité et la précision recherchée. Plusieurs codes sont disponibles en ligne : HEC (Ras <https://www.hec.usace.army.mil/software/hec-ras/>), Télémac (<http://www.opentelemac.org/>), Iber (<http://www.iberaula.es/>)...

## 4.2 Le rayon hydraulique

On verra souvent apparaître (dans le calcul hydraulique, le calcul de contrainte) le terme  $R$  qui désigne le rayon hydraulique (Figure 6), défini par  $R=A/P$  (Surface de section mouillée / Périmètre du contact entre l'eau et le lit). Cela se justifie par le fait que lorsque la section est étroite, la hauteur d'eau est mal définie et l'eau interagit autant avec les parois qu'avec le fond.

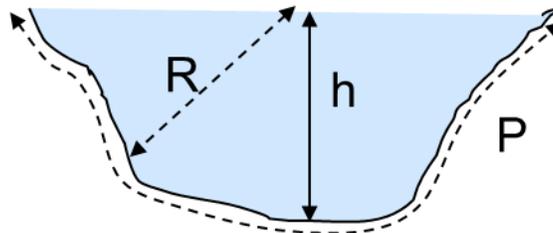


Figure 6: Représentation schématique du rayon hydraulique

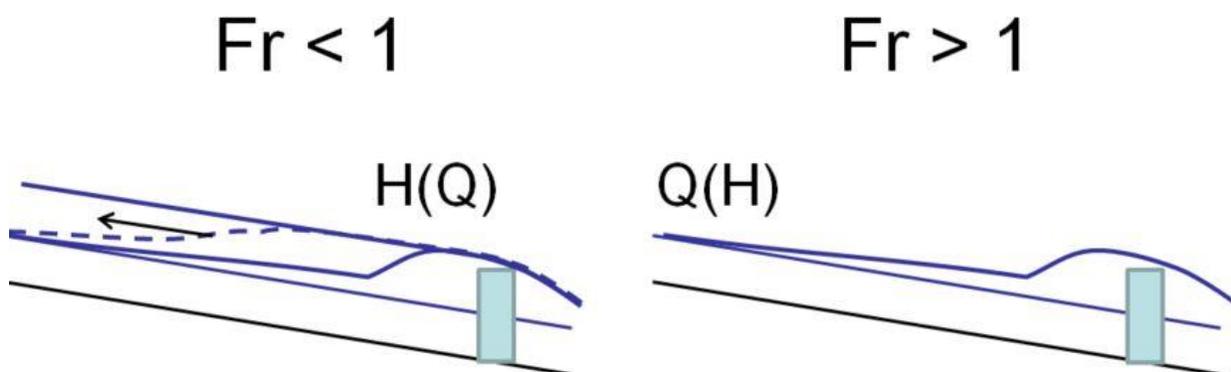
Dans BedloadWeb, les calculs sont réalisés avec  $R$ , même si la comparaison avec un large jeu de données [Rickenmann and Recking, 2011] montre que la performance des équations de frottement n'est pas dégradée (et est voire même légèrement meilleurs) avec  $h$ .

## 4.3 Froude, Fluvial/Torrentiel

Tout écoulement en rivière est la superposition d'un transfert de masse (volume d'eau qui se déplace à une vitesse  $U$ ) et de la propagation d'une onde (telle qu'elle se produirait lors d'un impact sur une eau stagnante) à la vitesse  $\sqrt{gh}$  (où  $h$  la hauteur d'eau et  $g$  l'accélération de gravité). Le nombre de Froude  $Fr$  est le ratio entre ces deux vitesses et s'écrit :

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}} \quad (2)$$

Lorsque  $Fr < 1$ , la vitesse de l'onde est supérieure à la vitesse d'écoulement : l'onde s'impose à l'écoulement et le régime est dit fluvial. Dans ce cas la hauteur d'eau est contrôlée par la côte depuis l'aval (plutôt caractéristique des cours d'eau lents, à faible pente). Lorsque  $Fr > 1$ , l'onde est emportée par le courant et n'a pas le temps de se propager. Le régime est dit torrentiel, la hauteur d'eau est contrôlée par le débit depuis l'amont (plutôt caractéristique des cours d'eau de montagne à forte pente).



**Figure 7: Impacts d'un obstacle introduit dans l'écoulement en fonction du nombre de  $Fr$**

Dans BedloadWeb le nombre de Froude est donné à titre indicatif car il n'intervient pas dans le calcul des bilans sédimentaires

## 4.4 Contrainte hydraulique

### 4.4.1 Définition

La contrainte  $\tau$  (en  $N/m^2$ ) est la force ramenée à l'unité de surface : Force  $F$  (en Newton) divisée par la surface sur laquelle s'applique cette force (en  $m^2$ ). Pour un tronçon de rivière la contrainte hydraulique est la force exercée sur les parois par le volume d'eau qui s'écoule dans le tronçon divisé par la surface de contact (sur la **Figure 8b** : longueur  $L_t$  x le périmètre mouillé  $P$ ). On parle de contrainte de cisaillement au fond car elle s'exerce tangentiellement au lit.

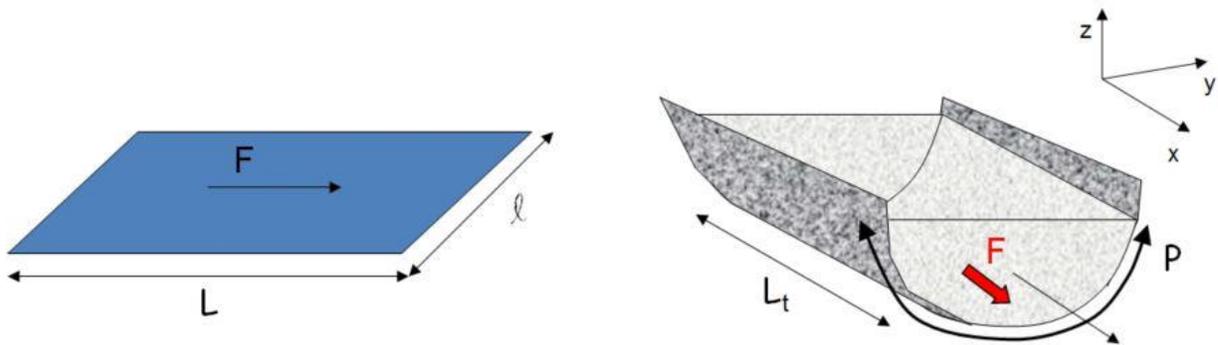


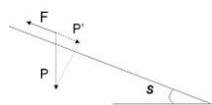
Figure 8: Schématisation de la contrainte

En considérant le poids de l'eau qui se déplace au contact du lit<sup>2</sup>, on obtient une expression simple de la contrainte hydraulique qui s'écrit:

$$\tau = \rho g h S \quad (3)$$

Où  $g$  est l'accélération de la gravité,  $\rho$  est la masse volumique de l'eau,  $h$  est la hauteur d'eau (souvent remplacée par le rayon hydraulique  $R$ ) et  $S$  est la pente.

<sup>2</sup> On retrouve cette expression en faisant un bilan des forces avec l'hypothèse de régime uniforme. Les forces en présence sont le poids de l'eau  $P$  et le frottement  $F$ . On fait l'hypothèse qu'en régime uniforme les deux forces se compensent, ce qui se traduit par la relation  $\sum f=0$ . En projetant sur l'axe d'écoulement cela devient  $P'-F=0$ .



$$F = P \sin(S) \approx PS \quad (\text{avec } \sin(S) \approx S \text{ aux faibles pentes})$$

$$\tau \times \text{périmètre mouillé} \times \text{longueur du tronçon} = \text{Volume d'eau} \times \rho g S$$

$$\tau L_t A / R = A L_t \rho g S \quad \text{soit} \quad \tau = \rho g R S$$

#### 4.4.2 Contrainte adimensionnelle (ou Nombre de Shields)

Il est d'usage en science d'utiliser des grandeurs adimensionnelles. C'est ce qui permet d'aligner sur un même graphique des mesures réalisées dans des conditions expérimentales (hauteur d'eau, diamètres...) très différentes.

En ce qui concerne la contrainte en rivière, Shields [1936] avait proposé d'adimensionnaliser en mettant en rapport les forces stabilisatrices (poids) et la forces déstabilisatrices (contrainte hydraulique  $\tau$ ) agissant sur un grain posé au fond de l'eau ; ce nombre est la contrainte adimensionnelle, ou nombre de Shields noté :

$$\tau^* = \frac{\tau}{g(\rho_s - \rho)D} \quad (4)$$

Où  $g$  est l'accélération de la gravité,  $\rho$  est la masse volumique de l'eau,  $\rho_s$  la masse volumique des sédiments,  $D$  le diamètre des grains. Cette écriture peut se simplifier en :

$$\tau^* = \frac{hS}{(s - 1)D} \quad (5)$$

Où  $s$  est la densité relative  $\rho_s/\rho$  qui vaut 2.65 environ pour un matériau naturel.

#### 4.4.3 Contrainte totale versus contrainte de cisaillement

Lorsqu'on exprime la contrainte avec l'Eq.3, la hauteur d'eau  $h$  est une résultante de toutes les interactions qui peuvent exister entre le flux d'eau et le lit. Cela inclue les interactions avec les grains posés sur le fond du lit (seule cette composante nous intéressera pour le transport solide) mais aussi les interactions avec les 'formes' du lit (obstacles, rétrécissements...).

Einstein [1950] a proposé de décomposer linéairement la hauteur d'eau  $h$  entre une composante  $h'$  due aux frottements sur les sédiments du lit et une composante  $h''$  due aux reste des interactions :

$$h = h' + h'' \quad (6)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\tau = \tau' + \tau'' \quad (7)$$

La contrainte  $\tau$  sera considérée pour l'hydraulique ; par contre seul  $\tau'$  est (généralement) pris en compte pour le calcul du transport solide. On verra par la suite les méthodes de correction proposées pour passer de  $\tau$  à  $\tau'$ .

## 4.5 Conservation de la masse

En général, on connaît le débit  $Q$ (m<sup>3</sup>/s) et/ou la hauteur d'eau  $h$ (m), et on cherche à déterminer la vitesse  $U$ (m/s). Lorsqu'à la fois  $Q$  et  $h$  sont connus, on peut calculer facilement la vitesse avec la loi de conservation de la masse :

$$Q = AU \quad (8)$$

Où  $A$  (m<sup>2</sup>) est la section d'écoulement. Dans l'hypothèse simplificatrice d'une section rectangulaire ( $A=Lh$ ) cette relation devient

$$Q = LhU \quad (9)$$

Où  $L$  (m) est la largeur d'écoulement et  $h$  (m) est la hauteur d'eau. Mais en général on ne dispose que de  $Q$  ou de  $h$ , et il faut une deuxième équation pour résoudre ce système à 3 inconnus : c'est la loi de frottement.

## 4.6 Loi de frottement

### 4.6.1 Définition

La loi de frottement caractérise le frottement exercé par l'eau sur la paroi du lit. Elle relie la vitesse aux caractéristiques du lit (pente, rugosité) et hauteur d'eau (**Figure 9**). Le choix de cette loi (et de ses paramètres) est primordiale car elle va fortement impacter le calcul de la contrainte et donc du transport solide.

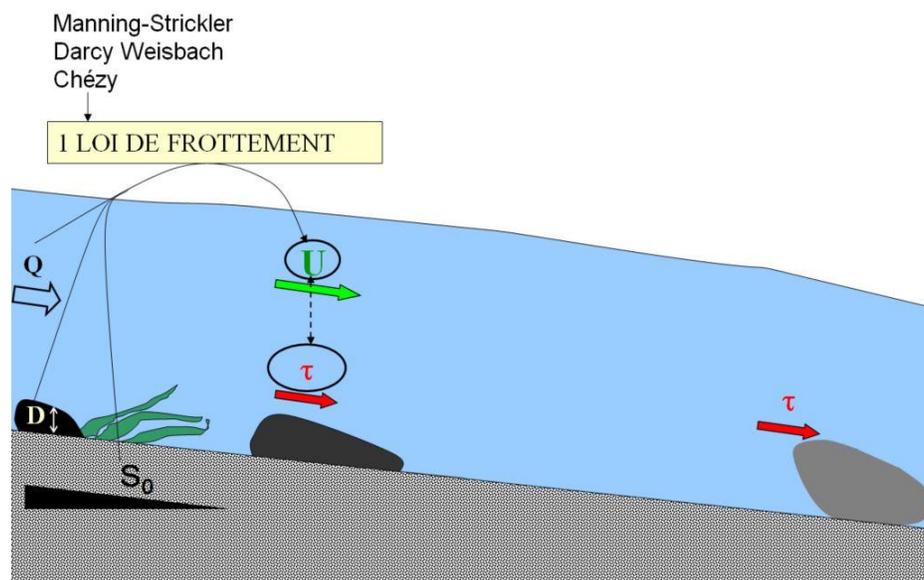


Figure 9: Principe d'utilisation de la loi de frottement

On parle aussi de résistance à l'écoulement, car ce que l'on cherche à représenter c'est comment la rugosité du lit exerce une résistance à l'eau qui s'écoule à son contact. On imagine aisément par exemple que, toutes choses étant égales par ailleurs, l'eau s'écoulera plus facilement (vitesses plus forte et lame d'eau plus mince) sur une surface parfaitement lisse que sur une surface très rugueuse.

#### 4.6.2 Hypothèse du Froude unitaire

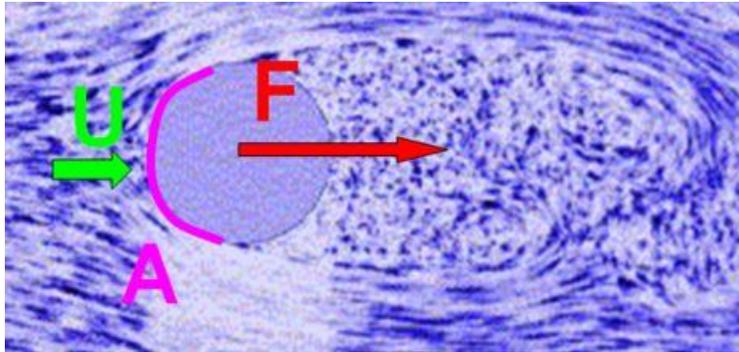
Avant d'explicitier plus en détail les lois de frottement, on peut citer une loi de frottement très simple et couramment utilisée en ingénierie basée sur l'hypothèse du Froude unitaire [G E Grant, 1997; Piton and Recking, 2019]. Elle repose sur l'hypothèse qu'un cours d'eau en crue va ajuster sa morphologie (formes du lit) pour minimiser l'énergie nécessaire à l'écoulement, de telle sorte que le nombre de Froude (Eq.2) sera égal à 1. Cela permet d'écrire :

$$U = \sqrt{gh} \quad (10)$$

Cette formulation simple (non utilisée dans BedloadWeb) relie directement la vitesse à la hauteur d'eau, et présente l'avantage de ne pas faire intervenir de de coefficient de rugosité.

### 4.6.3 Les forces

La mécanique des fluides nous enseigne que tout obstacle placé dans un écoulement fluide va développer une force (**Figure 10**) qui sera la résultante de la pression exercée par le fluide sur la face exposée de l'objet (effet = pousse dans le sens du courant), mais également de la dépression créée derrière l'objet du fait du décollement des lignes de courant au contact de l'objet (effet= aspiration dans le sens du courant).



**Figure 10: Force de trainée (pression dynamique)**

Cette force dite de 'trainée' s'écrit:

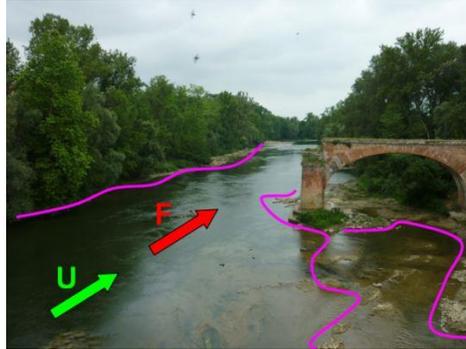
$$F = \frac{1}{2} \rho A C_D U^2 \quad (11)$$

Où  $U$  est la vitesse du fluide,  $A$  est la surface de l'objet exposé à ce fluide, et  $C_D$  est un coefficient appelé 'coefficient de trainée'. On retrouve ce type de force en rivière lorsque l'écoulement se produit autour des sédiments (**Figure 11**).



**Figure 11: Force de trainée autour d'un caillou**

Autorisons nous à étendre ce concept à l'ensemble du lit de rivière en considérant non pas le caillou isolé mais l'ensemble des obstacles (cailloux, berges, bois,..) s'opposant à l'écoulement comme illustré sur la **Figure 12**.



**Figure 12: Force de traînée exercée par le lit tout entier**

Dans ce cas la force pourra s'écrire :

$$F = \rho A C_f U^2 \quad (12)$$

Où  $C_f = 1/2C_D$  est un coefficient de frottement. On voit apparaître ici une limite de l'exercice puisque la surface réelle impactant,  $A$ , est très difficile à définir. C'est là que l'on retrouve tout l'intérêt de parler de contrainte  $\tau = F/A$  ce qui nous permet de réécrire l'Eq.12:

$$\tau = \rho C_f U^2 \quad (13)$$

La mécanique des fluides introduit une autre force impliquée dans la mise en mouvement d'un objet placé au sein d'un écoulement : c'est la force de **portance**. Elle est due au gradient de pression qui se crée autour de l'objet dans un écoulement cisailé et s'exerce de bas en haut (**Figure 13**). Cette force joue un rôle déterminant en aéronautique. Elle est rappelée ici pour mémoire, mais n'est généralement pas considérée pour le transport solide en rivière.

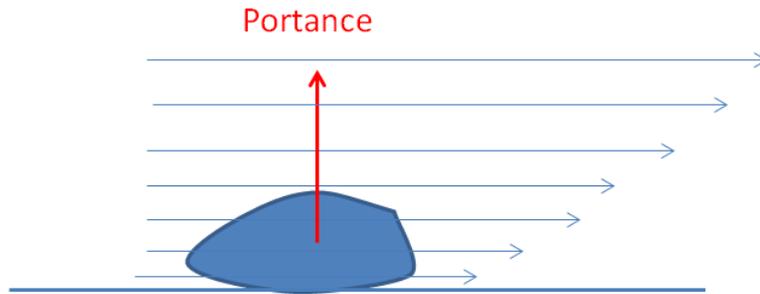


Figure 13: Force de portance

#### 4.6.4 Loi de frottement

- Généralités

En égalant les deux expressions établies pour la contrainte (Eq. 3 et 13) on obtient :

$$\rho g h S = \rho C_f U^2 \quad (14)$$

Et on en déduit une loi de frottement reliant la vitesse  $U$  à la hauteur d'eau  $h$  et aux caractéristiques du lit (pente  $S$  et coefficient de frottement  $C_f$ )

$$U = \sqrt{\frac{g h S}{C_f}} \quad (15)$$

Qui s'écrit encore :

$$\frac{U}{u^*} = \sqrt{\frac{1}{C_f}} \quad (16)$$

Où  $u^* = \sqrt{g h S}$  [m/s] est appelé vitesse de frottement.

Les différentes lois de frottement de la littérature ont été obtenues de façon semi-empirique, mais sont finalement des variantes de l'Eq. 16 avec une formulation différente pour  $C_f$  selon les auteurs. On rencontre usuellement les coefficients de frottement de Chézy  $C$  [ $L^{1/2}s^{-1}$ ], de Manning  $n$  [ $L^{-1/3}s$ ] (ou de Strickler  $K=1/n$ ) et de Darcy-Weisbach  $f$  [-], reliés à  $C_f$  par les relations :

$$C_f = \frac{g}{C^2} = \frac{gn^2}{h^{1/3}} = \frac{f}{8} \quad (17)$$

Par exemple, en remplaçant  $C_f$  par l'expression de Manning en  $n$  (ou  $K=1/n$ ), on obtient:

$$U = \frac{1}{n} h^{2/3} S^{1/2} = Kh^{2/3} S^{1/2} \quad (18)$$

On parlera de la loi de Manning-Strickler. Les coefficients  $n$  ou  $K$  sont souvent calés sur des observations mais on peut aussi utiliser des valeurs standards telles que données par exemple au tableau suivant :

Nature des parois	$n$ (Manning)	$K=1/n$ (Strickler)
Béton lisse	0.01	100
Canal rectiligne	0.025-0.03	30-40
Rivière naturelle	0.03-0.05	20-30
Torrent	0.05-0.1	10-20
Torrent avec végétation	>0.1	<10

Tableau 3 : Coefficients de Manning-Strickler pour différentes rugosités

Pour des écoulements sur lit sédimentaire des auteurs ont proposé de modéliser le coefficient de Strickler  $K$  à partir de la granulométrie [Strickler, 1923]:

$$K = \frac{1}{n} = \frac{26}{D_{84}^{1/6}} \quad (19)$$

Ce genre de formulation permet d'obtenir des résultats convenables pour les cours d'eau à forte profondeur relative  $h/D > 7$  (hauteur d'eau > à 7 fois le diamètre des grains), ce qui correspond plus ou moins aux cours d'eau de plaine, mais surestime considérablement les vitesses pour les cours d'eau de montagne à forte rugosité [Rickenmann and Recking, 2011].

L'avantage de caler un coefficient  $n$  ou  $K$  est que c'est un peu 'fourre-tout', le calage prenant en compte de façon globale toutes les formes de résistance à l'écoulement (rugosité du lit, embâcles, végétation, ...). C'est pourquoi dans BedloadWeb cette loi de frottement est privilégiée pour les écoulements en plaine d'inondation.

Pour les écoulements à l'intérieur du chenal principal, BedloadWeb privilégie l'utilisation d'une loi faisant intervenir la hauteur relative  $h/D_{84}$ , explicité dans ce qui suit.

- **Analyse dimensionnelle**

L'Eq.16 fait apparaître dans son membre de gauche le ratio de deux vitesses. D'un point de vue dimensionnel, cela veut dire qu'on divise des [m/s] par des [m/s] et que le résultat est un terme sans dimension [-]. On en déduit que le membre de droite est aussi sans dimension et que par conséquent  $C_f$  est aussi sans dimension [-].

Maintenant considérons l'Eq.17.

Si  $C_f$  est adimensionnel alors :

- $g/C^2$  est adimensionnel, donc  $C$  a la même dimension que  $\sqrt{g}$  soit  $[m^{1/2}/s^{-1}]$
- $gn^2/R^{1/3}$  est adimensionnel, donc  $n$  a la même dimension que  $\sqrt{R^{1/3}/g}$  soit  $[s/m^{1/3}]$  (et inversement  $K=1/n$  a pour dimension  $[m^{1/3}/s]$ )
- $f/8$  est adimensionnel, donc  $f$  est adimensionnel

Pour conclure  $n$  (ou  $K$ ) et  $C$  sont dimensionnels : cette remarque a beaucoup d'importance, car elle signifie que les valeurs de ces coefficients calés pour une condition hydraulique particulière dépendent des conditions pour lesquelles elles ont été mesurées (basses eaux par exemple) et ne seront pas forcément valides pour d'autres conditions de débit (en crue par exemple).

C'est pourquoi, pour les écoulements sur lits de graviers dans le chenal principal, de nombreux travaux ont recherché une formulation pour exprimer le coefficient adimensionnel  $f$  plutôt que  $n$  ou  $C$ . En général ces formulations sont exprimées en fonction de la profondeur relative  $h/D_{84}$  (en [m]/[m] donc adimensionnel) et restent valides quelles que soient les conditions d'écoulement. L'avantage ultime est que les formulations établies au laboratoire sont a priori valides sur le terrain.

- Lois de frottement en  $h/D_{84}$

Lorsque Manning-Strickler (Eq.18) est combiné avec l'Eq.19 on obtient :

$$\frac{U}{u_*} = \frac{26}{\sqrt{g}} \left( \frac{h}{D_{84}} \right)^{1/6} \quad (20)$$

Mais les coefficients de frottement adimensionnels de la littérature reposent pour la plupart sur l'hypothèse d'un profil logarithmique de vitesse et sont de la forme [Keulegan, 1938; Nikuradse, 1933] :

$$\frac{U}{u_*} = 6.25 + 5.75 \log \left( \frac{h}{k_s} \right) \quad (21)$$

Où  $k_s$  est une hauteur de rugosité caractéristique du lit. Le diamètre médian  $D_{50}$  a souvent été utilisé [Keulegan, 1938], mais des auteurs lui ont préféré  $D_{84}$  [J.C. Bathurst, 1985] ce qui peut se justifier par le fait que la turbulence se développe autour des éléments les plus grossiers qui émergent du lit [Nowell and Church, 1979; White, 1940; Wiberg and Smith, 1991]. En réalité, en présence de granulométrie grossière c'est un multiple du  $D_{84}$  qui donne les meilleurs résultats [Rickenmann and Recking, 2011], comme par exemple avec la loi de Hey [Hey, 1979] qui proposait  $k_s=3.5D_{84}$ .

Mais plus on se déplace vers les cours d'eau de montagne à fortes rugosités et faibles tirants d'eau (donc faibles  $h/D_{84}$ ) plus on s'éloigne d'un profil logarithmique de vitesses et moins ces équations sont performantes [Rickenmann and Recking, 2011]. En fait le profil de vitesse développe une couche de rugosité et se déforme jusqu'à devenir uniforme lorsque la hauteur d'eau est de l'ordre de grandeur du diamètre des plus gros grains [Aberle and Smart, 2003; Gimenez-Curto and Cornerio, 2006; Lawrence, 1997; Nikora et al., 2001; Rickenmann, 1991].

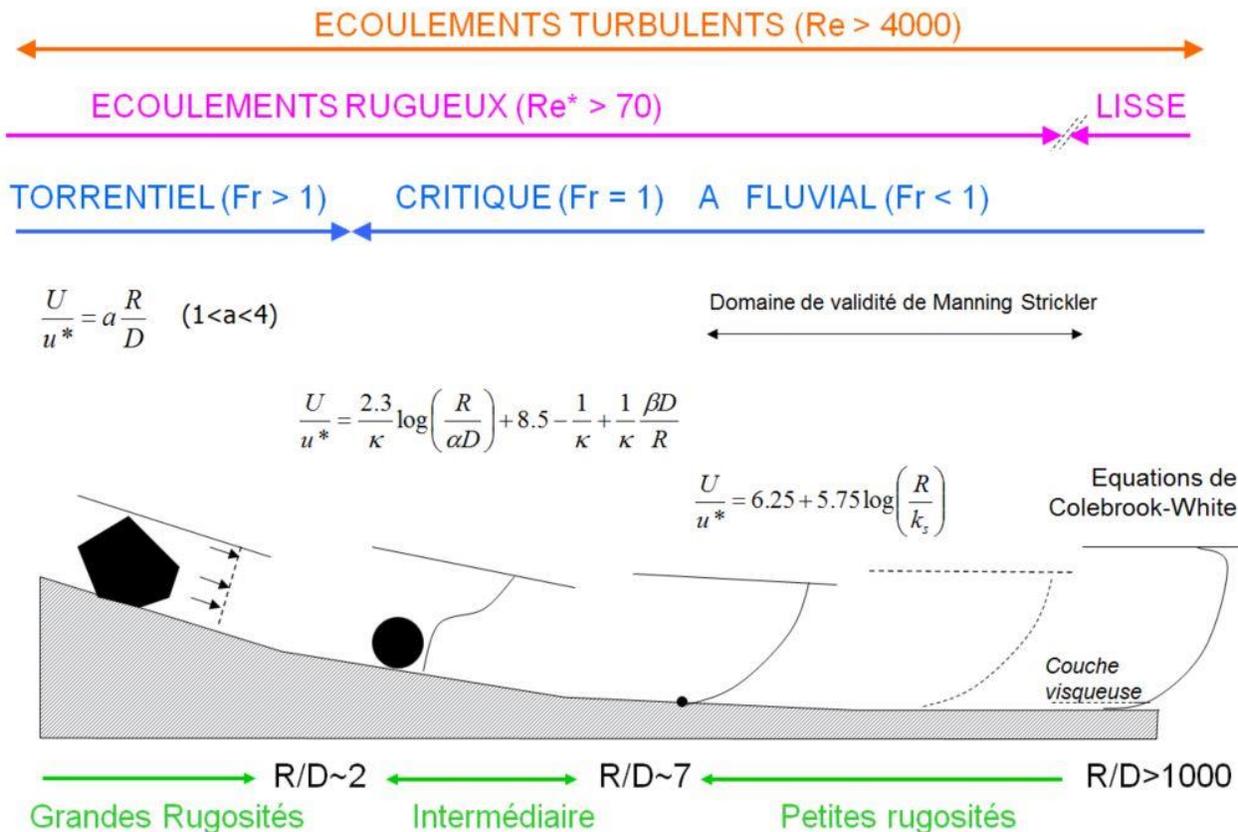


Figure 14: Variation de l'hydraulique avec la pente

Ferguson [2007] a proposé une relation assurant une transition entre le profil uniforme aux faibles profondeurs relatives et Manning-Strickler pour les plus fortes valeurs. Les tests réalisés sur un large jeu de données ont démontré que cette relation était suffisamment performante pour couvrir l'ensemble de configurations hydrauliques rencontrées depuis les fortes pentes de montagne aux rivières de plaine. La relation de Ferguson s'écrit :

$$\frac{U}{u^*} = \frac{2.5 h/D_{84}}{\sqrt{1 + 0.15 (h/D_{84})^{5/3}}} \quad (22)$$

Cette relation est proposée dans BedloadWeb.

- **Calculs avec h ou R ?**

Pour la base de données dans BedloadWeb  $R$  est renseigné pour quelques cours d'eau sinon il est calculé. Cependant comme la géométrie est toujours inconnue, l'hypothèse d'une section rectangulaire est utilisée, ce qui donne  $R=hL/(L+2h)$ . Pour la boîte à outil, BedloadWeb calcule le rayon hydraulique à partir de la section saisie par l'utilisateur.

- **Calculs avec  $q$**

Les lois précédentes nécessitent de connaître la hauteur d'eau  $h$  (généralement remplacée par le rayon hydraulique  $R$ ), ce qui, dans BedloadWeb, n'est pas toujours le cas dans la base de données où parfois seul le débit est connu. On pourrait alors résoudre par itération l'éq.22 en posant  $Q=U/A$  ( $A$  étant la surface mouillée), mais cela complique le calcul et BedloadWeb utilise donc une autre écriture faisant intervenir directement le débit [*Rickenmann and Recking, 2011*]:

$$\frac{U}{\sqrt{gSD_{84}}} = 1.443q^{*0.6} \left[ 1 + \left( \frac{q^*}{43.78} \right)^{0.8214} \right]^{-0.2435} \quad (23)$$

Où  $q^* = q/\sqrt{gSD_{84}^3}$  et  $q=Q/L$ .

Cette équation donne des résultats identiques à ceux de Ferguson utilisé avec  $h$ . Les tests sur les jeux de données montrent qu'elle donne de très bons résultats quelle que soit la condition hydraulique.

D'une façon générale, tous les tests démontrent que les prédictions sont meilleures lorsqu'on utilise  $Q$  plutôt que  $h$  pour l'hydraulique. Cela provient du fait que  $h$  est une grandeur difficile à quantifier dans une section irrégulière, alors qu'un débit est une valeur finie s'il a été mesuré de façon correcte et pas trop éloigné de la section de mesure de la vitesse

Une variante (approximation de Eq.23) donne accès directement à la hauteur d'eau [*Recking et al., 2015*] :

$$h = 0.015D_{84} \frac{q^{*2p}}{p^{2.5}} \quad (24)$$

Où  $p=0.24$  si  $q^* < 100$  et  $p=0.31$  sinon.

## 4.7 Méthodes pour corriger la contrainte

### 4.7.1 Correction de la hauteur d'eau

Comme il a été évoqué plus haut, seule la « contrainte de grain »  $\tau'$  est a priori intéressante pour décrire le transport solide. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour la calculer.

On doit la première méthode à Meyer-Peter & Muller [1948]. Pour un écoulement caractérisé par une vitesse moyenne  $U$ , ils proposent de calculer la part due aux seuls frottements sur le lit granulaire avec un coefficient  $n$  déduit de l'Eq.19, ce qui donne (en désignant ce coefficient  $n'$ ):

$$h' = \left( \frac{n'U}{S^{0.5}} \right)^{3/2} \quad (25)$$

En remplaçant dans cette expression la vitesse moyenne de l'écoulement  $U$  par la loi de frottement de Manning-Strickler (Eq.18) on obtient :

$$h' = \left( \frac{n'}{n} \right)^{3/2} h \quad (26)$$

Le coefficient  $n$  étant celui issu du calage de la loi sur la hauteur d'eau totale  $h$ . Pour généraliser cette approche, n'importe quelle loi de frottement  $\zeta$  établie pour exprimer le seul frottement de grains (e.g. écoulements sur lit plat en laboratoire) peut être utilisée avec la vitesse d'écoulement  $U$  pour calculer de façon itérative la hauteur d'eau  $h'$  correspondant au seul frottement exercé par les grains du lit.

$$\frac{U}{\sqrt{gh'S}} = \zeta(h'/D) \quad (27)$$

Finalement on peut alors calculer la « contrainte de grain »  $\tau'$  (et le nombre de Shields correspondant) :

$$\tau' = \rho g h' S \quad (28)$$

Dans BedloadWeb la correction de Meyer-Peter & Mueller est utilisée par défaut, sauf lorsqu'une méthode est spécifiée avec une formule de transport.

#### 4.7.2 Correction de la pente

Une autre approche consiste non pas à corriger la hauteur d'eau mais la pente  $S$ . On rappellera ici la méthode proposée par [Rickenmann and Recking, 2011] pour tenir compte des dissipations d'énergie dues aux interactions fortes avec les macro-rugosités du lit, lorsqu'on se déplace depuis les rivières de plaines vers les cours d'eau de montagne. Ils définissent une pente réduite  $S'$  qui exclue la part de la pente d'énergie induite par les dissipations locales non associées au transport solide par :

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{n'}{n}\right)^e = \left(\frac{\sqrt{f'}}{\sqrt{f}}\right)^e \quad (29)$$

Où  $S$  est la pente réelle mesurée,  $n'$  (et  $f'$ ) exprime le coefficient de Manning (ou Darcy) tels qu'on le calculerait pour un écoulement sur petites rugosités (**Figure 14**), et  $n$  (ou  $f$ ) sont les coefficients tels qu'ils sont calculés pour l'écoulement en question. Le coefficient  $e$  vaut 1.2-1.5 [Chiari and Rickenmann, 2010].

Dans BedloadWeb la pente corrigée  $S'$  est calculée avec [Rickenmann, 2012]:

$$\sqrt{\frac{f'}{f}} = \left(\frac{U(q)}{U'(q)}\right)^{1.5} \quad (30)$$

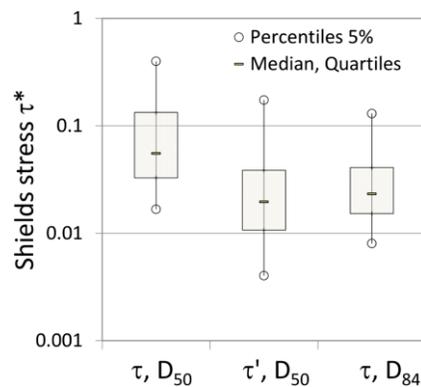
Où  $U(q)$  est la vitesse moyenne de l'écoulement (Ferguson ou Eq.23) et où  $U'(q)$  est la vitesse calculée avec l'équation caractérisant la 'résistance de base' de l'écoulement, en absence de macro-rugosité [Rickenmann and Recking, 2011]:

$$U'(q) = 3.074\sqrt{gSD_{84}q}^{*0.4} \quad (31)$$

### 4.7.3 Correction du nombre de Shields

Une équation de transport présentée ci-après [Recking, 2013a] n'utilise aucune correction de la contrainte. Cette équation présente la particularité d'utiliser le  $D_{84}$  comme diamètre caractéristique (contrairement à toutes les autres équations qui utilisent le diamètre médian ou moyen) ce qui impacte non pas la contrainte, mais le nombre de Shields (Eq.4) : comme  $D_{84} \approx 2D_{50}$  en général, le nombre de Shields est réduit en conséquence de moitié.

La **Figure 15** compare pour la base de données BedloadWeb (10000<sup>+</sup> valeurs), les nombre de Shields calculés avec  $\tau$  corrigé par la méthode de Meyer-Peter & Muller et  $D_{50}$ , et les nombres de Shields calculés avec  $\tau$  non corrigé et  $D_{84}$ . On peut constater que les deux approches donnent des résultats assez comparables.



**Figure 15: Nombres de Shields calculés pour une large base de données (> 10000 valeurs) a) sans correction de contrainte et avec  $D_{50}$  b) avec la correction de MPM et  $D_{50}$  c) sans correction de contrainte et avec  $D_{84}$**

## 5 LE DEBUT DE MOUVEMENT

### 5.1 Notion de début de transport

La notion de début de transport est à la fois importante et complexe. Importante car elle renseigne sur l'état de fonctionnement d'un milieu (pour le diagnostic écologique, la stabilité des ouvrages..), mais aussi parce qu'elle intervient dans plusieurs formules de transport. Complexe parce que sa définition même n'est pas clairement établie : quand peut-on considérer qu'il y a transport ? La complexité des mélanges sédimentaires fait que les conditions ne sont pas les mêmes pour chaque classe de grains, ce qui a conduit à de nombreux résultats parfois très différents [Buffington and Montgomery, 1997].

Au laboratoire, en matériaux uniformes, le début de mouvement a été associé aux premiers départs de grains quand on augmente le débit. Sur le terrain on citera la méthode des 'écoulements compétents', qui consiste à associer la plus grosse taille de grain mobilisée  $D$  (généralement déduite par observation du lit après crue) à une contrainte maximum exercée par l'écoulement en question [Andrews, 1983; Petit, 1994; A C Whitaker and D F Potts, 2007].

### 5.2 Shields critique $\tau_c^*$ et de référence $\tau_r^*$

On doit à Shields [1936] les bases théoriques encore largement utilisées aujourd'hui. Shields a réalisé une série d'expériences au laboratoire pour observer la mise en mouvement de différents matériaux et a produit la courbe suivante connue sous le nom de « courbe de Shields ». L'axe des X fait apparaître le nombre de Reynolds particulière  $Re^*$  qui est une caractérisation du régime d'écoulement (on ne va pas l'expliquer ici, retenir que les cours d'eau naturels se situent sur la courbe à  $Re^* > 1000$  environ). L'axe des Y fait apparaître les valeurs de  $\tau^*$  correspondant. La courbe tracée représente la limite entre les conditions maintenant les grains au repos (en dessous) et les conditions où la mobilité est constatée (au-dessus), et représente ainsi le seuil critique de mise en mouvement; les valeurs de  $\tau^*$  situées sur cette courbe sont les nombres de Shields critique  $\tau_c^*$  pour les différentes conditions d'écoulement :

$$\tau_c^* = \frac{h_c S}{(s - 1)D} \quad (32)$$

Où  $h_c$  désigne la hauteur critique de mise en mouvement.

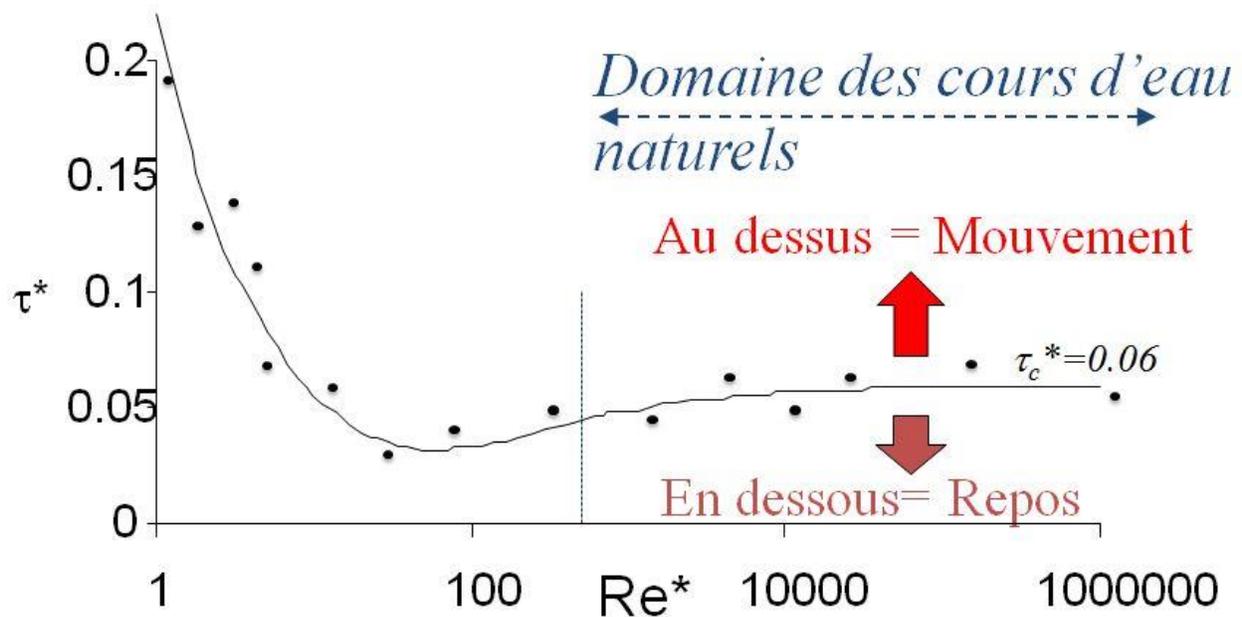


Figure 16: La courbe de Shields

Un des résultats intéressants des expériences de Shields est que la courbe semble converger vers  $\tau_c^* = 0.06$  pour  $Re^* > 1000$  (c'est-à-dire pour les conditions qui prévalent en rivière).

La notion de Shields critique est confrontée à la difficulté de définition du seuil de début de mouvement (mouvement d'un grain ? d'un groupe de grain ? de quelle taille ?). C'est pourquoi, comme alternative au Shields critique des auteurs ont proposé un Shields de référence qui correspond à la mise en mouvement d'un débit solide de référence (très faible) peu importe le diamètre concerné [G. Parker et al., 1982; P Wilcock, 2001]. Ils définissent un transport adimensionnel  $W^*$ :

$$W^* = \frac{(s-1)gq_v}{\rho_s u_*^3} \quad (33)$$

Où  $q_v$  [m<sup>3</sup>/s/m] est le transport volumique part unité de largeur et  $u_* = \sqrt{ghS}$  est la vitesse de frottement. La particularité de  $W^*$  est qu'il ne fait pas intervenir le diamètre des grains (paramètre difficile à définir pour une granulométrie étendue) contrairement au débit solide adimensionnel  $\Phi = q_v / \sqrt{g(s-1)D^3}$  d'Einstein, qui est utilisé par la plupart des formules de

transport solide (voir plus loin). La contrainte de référence  $\tau_r$  est définie comme la valeur de  $\tau$  pour laquelle  $W^*$  est égale à une valeur de référence, qui a été fixée arbitrairement à  $W^*=0.002$  [G. Parker et al., 1982].

Par la suite le seuil de mise en mouvement sera désigné par  $\tau_c^*$  ou  $\tau_r^*$ .

### 5.3 Quelle valeur pour $\tau_c^*$ ?

La valeur  $\tau_c^*=0.06$  a longtemps servi de référence mais depuis Shields de nombreux auteurs ont proposé des valeurs différentes [Buffington and Montgomery, 1997]. Par exemple Meyer-Peter et Muller [1948] ont proposé  $\tau_c^*=0.047$ , Parker et al [2003] ont proposé  $\tau_c^*=0.03$ .

Des études récentes basées à la fois sur des expérimentations au laboratoire et sur des mesures de terrain semblent indiquer que ce paramètre pourrait en fait évoluer avec la pente [Lamb et al., 2008; Mueller and Pitlick, 2005; Recking, 2009; Recking et al., 2008]. Par exemple Lamb et al [2008] ont proposé :

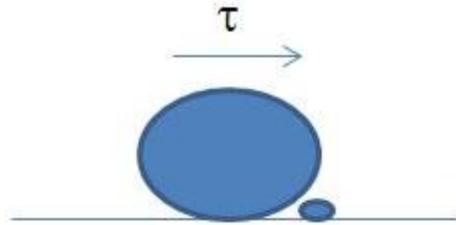
$$\tau_c^* = 0.15S^{0.25} \quad (34)$$

Une version légèrement différente [Recking et al., 2008] avec un exposant de 0.275 au lieu de 0.25 est utilisée pour l'affichage dans BedloadWeb (quand  $\tau^*/\tau_c^*$  est reporté en abscisse). Dans les options d'affichage l'utilisateur a la possibilité de changer ces valeurs de  $\tau_c^*$  ainsi que le centile de la distribution granulométrique auquel il s'applique (car  $\tau_c^*$  doit s'appliquer à un diamètre de grain comme indiqué par Eq.4 ; par défaut le diamètre médian  $D_{50}$  est utilisé).

Pour les équations de transport, le site utilise par défaut la valeur indiquée avec la formule de transport, mais l'utilisateur a aussi la possibilité de caler ce paramètre.

### 5.4 Masquage et surexposition

La notion de début de mouvement est relativement simple à comprendre si on considère une classe de diamètre unique (matériau uniforme), mais qu'en est-il en présence d'un mélange sédimentaire complexe ?



**Figure 17: Masquage et surexposition ; qui du plus gros ou du plus petit aura plus de chance d’être mobilisé par l’écoulement ? Le petit du fait de sa taille ? Le plus gros du fait de son exposition ? ou les deux car lorsque le gros bouge le petit bouge (mobilité équivalente) ?**

On pourrait se dire en première approche que pour une contrainte donnée, un grain de sable sera plus mobile qu’un caillou. Cependant l’exemple de la Figure 17 suggère que ce n’est pas si simple par exemple si ce grain de sable est caché derrière le caillou et se trouve ainsi protégé de l’écoulement. Cette notion a été conceptualisée sous le terme de ‘masquage et surexposition’ [Egiazaroff, 1965; Einstein and Chien, 1953]. On la modélise généralement avec une formulation prenant la forme suivante [G. Parker and Klingeman, 1982] :

$$\tau_{ci}^* = \tau_{c50}^* \left( \frac{D_i}{D_{50}} \right)^\alpha \quad (35)$$

Une indépendance de la mobilité à la taille des grains correspond à  $\alpha=0$  et la mobilité équivalente implique  $\alpha = -1$ . Le choix de  $\alpha$  n’est cependant pas trivial. La mobilité équivalente a pu être vérifiée à la fois sur le terrain et en canal expérimental et s’est avérée être une bonne approximation dans certains cas [Andrews and Parker, 1987; Kuhnle, 1992; G. Parker and Klingeman, 1982; Wiberg and Smith, 1987; P.R. Wilcock, 1993] alors que d’autres études décrivent plutôt un transport sélectif non négligeable de sédiments fins [Ashworth and Ferguson, 1989; Komar, 1987; Lanzoni, 2000; Lisle, 1995]. Il existe donc encore de très fortes incertitudes sur ce calcul. Néanmoins, un ajustement des données disponibles (laboratoire et terrain) avait conduit à la formulation suivante pour le diamètre  $D_{84}$  [Recking, 2009] :

$$\tau_{c84}^* = 0.56S + 0.021 \quad (36)$$

Dans BedloadWeb cette relation est utilisée avec le modèle GTM pour le calcul de la granulométrie transportée (voir § en fin de document).

## 5.5 Le nombre de Shields critique en pratique

- **Calcul de  $h_c$  ou de  $q_c$**

Connaissant la valeur de  $\tau_c^*$ , une façon immédiate d'utiliser le Shields critique et de calculer la hauteur d'eau critique à partir de laquelle un grain de diamètre  $D$  va être mis en mouvement:

$$h_c = \frac{1.65D}{S} \tau_c^* \quad (37)$$

Dans cette formulation,  $\tau_c^*$  peut prendre une valeur fixe ou être calculé à partir de la pente (Eq.32 ou 36 par exemple). En remplaçant cette valeur dans la formule de Ferguson (Eq.22) on peut en déduire une vitesse critique  $U_c$ . De là on peut en déduire un débit critique de début de transport :

$$q_c = h_c * U_c \quad (38)$$

- **Calcul de la stabilité d'un lit**

Inversement on peut se demander quel diamètre minimum il faudra utiliser pour que le lit reste stable jusqu'à une hauteur d'eau de projet donnée (calcul d'enrochements par exemple) :

$$D_{min} = \frac{h_{projet} S}{1.65 \tau_c^*} \quad (39)$$

Pour un calcul d'enrochement la valeur de  $\tau_c^*$  doit être choisie soigneusement pour ne pas surestimer le dimensionnement des blocs [*Recking and Pitlick, 2013*].

## 6 LES EQUATIONS DE TRANSPORT

### 6.1 Quelques généralités

Les équations utilisées dans BedloadWeb sont décrites une à une dans cette partie. Pour chacune d'elle on s'efforcera de donner un maximum d'informations, comme par exemple les conditions d'établissement de la formule, le domaine de validité... Mais avant de présenter les formules il est important d'apporter quelques éclaircissements sur les concepts de base sous-jacents à l'élaboration et à l'utilisation de ce type d'outils.

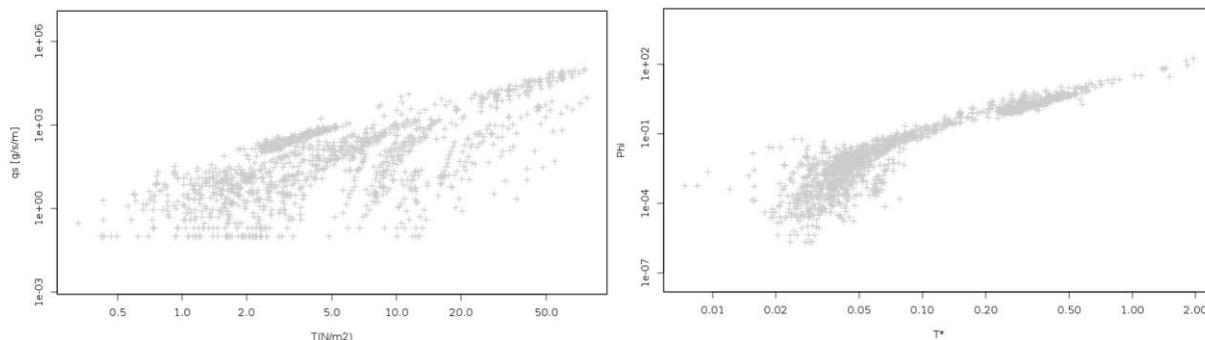
#### 6.1.1 Qu'est-ce qu'une équation de transport ?

La majorité des équations de transport sont semi-empiriques, c'est-à-dire qu'elles reposent sur une base théorique plus ou moins élaborée, dont les paramètres sont calés sur des jeux de données expérimentaux. La plupart mettent en relation un paramètre adimensionnel caractérisant l'hydraulique avec un paramètre adimensionnel caractérisant le transport. Les grandeurs usuelles sont :

- Le nombre de Shields (Eq.4)
- Le transport  $W^*$  (Eq. 33)
- Le paramètre d'Einstein  $\Phi$

$$\Phi = \frac{q_v}{\sqrt{g(s-1)D^3}} \quad (40)$$

Le fait d'utiliser des grandeurs adimensionnelles permet en général de réduire la dispersion due aux conditions expérimentales et d'aligner les points sur une relation que l'on espère unique.



**Figure 18: Adimensionnalisation des données de transport solide de laboratoire sur BedloadWeb**

### 6.1.2 Equation à seuil ou sans seuil ?

En simplifiant un peu, on distinguera deux grandes familles d'équations ; les formules à seuil qui seront de la forme :

$$\Phi = f(\tau^* - \tau_c^*) \quad (41)$$

et les formules sans seuil qui seront plutôt de la forme.

$$\Phi = f(\tau^*/\tau_c^*) \quad (42)$$

Les formules à seuil ont la particularité que le flux solide est nul si  $\tau^* < \tau_c^*$  ce qui rend très délicat le choix de  $\tau_c^*$ . Les formules sans seuil font intervenir le taux de transport ('transport stage')  $\tau^*/\tau_c^*$  et sont moins restrictives car elles prévoient toujours un transport, même très faible, lorsque  $\tau^*$  tend vers zéro.

### 6.1.3 Domaine de validité

La question du domaine de validité est centrale dans l'utilisation d'une formule, et elle est loin d'être triviale en ce qui concerne les formules de transport, en grande partie parce que le domaine de validité n'est souvent pas spécifié par les auteurs.

De fait certains utilisent les conditions d'établissement de la formule (labo ou terrain, gamme granulométrique) comme domaine de validité. Cela est faux car un des objectifs premiers quand on adimensionnalise toutes les grandeurs, c'est justement de s'affranchir des conditions pour lesquelles elles ont été mesurées.

Par exemple, pour une pente donnée, une faible hauteur  $h_s$  sera nécessaire pour générer un flux de sable de petit diamètre  $D_s$ , alors qu'une hauteur d'eau plus forte  $h_g$  sera nécessaire pour mobiliser des graviers et cailloux de plus gros diamètre  $D_g$ . Mais les deux écoulements pourront avoir le même nombre  $h_s/D_s = h_g/D_g$  et donc le même nombre de Shields (Eq.4). De la même façon on s'assure en général une similitude des conditions d'écoulement entre le canal expérimental et le terrain en travaillant avec le même nombre de Froude (on parle de similitude de Froude).

Mais une fois précisées ces considérations théoriques, il existe néanmoins des différences fondamentales entre laboratoire et le terrain, qui questionnent sur la possibilité d'utiliser sur le terrain des formulations établies en canal de laboratoire.

#### 6.1.4 Laboratoire ou terrain

Les équations peuvent être classées dans deux grandes catégories : celles issues des mesures en canal de laboratoire, celles issues des mesures de terrain ; mais certaines formules ont une origine mixtes.

Toutes les données de terrain et de laboratoire peuvent être visualisées sur BedloadWeb.

<b>Paramètre</b>	<b>Données de Laboratoire</b>	<b>Données de terrain</b>
Pente (m/m)	0.001–0.2	0.00004–0.10
D <sub>50</sub> (mm)	0.3-44.3	0.25-220
D <sub>84</sub> (mm)	---	0.3-558
Hauteur à plein bord (m)	---	0.04-7.5
Largeur à plein bord (m)	0.05-2	0.3-578
Nombre de valeurs	1244	10028

**Tableau 4: Résumé des données de laboratoire et de terrain**

Les conditions expérimentales des principaux jeux de données de laboratoire sont rappelées en annexes.



Différence	Laboratoire	Terrain	Question
Granulométrie	Souvent les matériaux utilisés sont uniformes ou quasi uniformes	Les granulométries sont très hétérogènes	Une partie de la complexité du terrain est mal représentée comme par exemple le tri granulométrique et les effets de masquage
Granulométrie	Les matériaux transportés sont en général les mêmes que ceux présents à la surface du lit (granulométrie uniforme)	Les matériaux transportés sont en général très différents de ceux présents à la surface du lit	Peut-on sur le terrain utiliser une équation du laboratoire avec comme donnée d'entrée la granulométrie de surface du lit (seule disponibles)?
Equilibre	Beaucoup d'expériences ont considéré le débit solide correspondant à un état d'équilibre du lit, c'est-à-dire à pente constante, lorsque le débit solide entrant est égale au débit solide sortant.	Les mesures de transport solides ont été réalisées sur des tronçons variés sans aucune possibilité de contrôle d'un quelconque état d'équilibre pour les tronçons en question	L'équilibre n'étant pas garanti sur le terrain (et probablement jamais vérifié) : les formules développées pour décrire cet état sont-elles systématiquement hors domaine de validité ?
Section	L'écoulement est quasiment 1D car contraint sur une faible largeur entre deux parois verticales	Toutes les mesures sont réalisées en différents points de sections en général complexes et moyennées ensuite sur la section. Ces grandeurs moyennées portent de fait en elles la variabilité sur la section.	Le transport solide a une réponse fortement non linéaire et est donc sensible aux variations de hauteur d'eau sur la section. Le fait de travailler avec des grandeurs hydrauliques moyennées ne va pas donner la même chose si la formule est calibrée avec des mesures issues de sections 1D moyenné (terrain) ou 1D local (canal de labo).



Ces différences fondamentales entre données de terrain et de laboratoire impactent fortement les formules de transport qui en sont issues. Chaque point est rediscuté dans la suite.

Le domaine de validité d'une équation est donc difficile à définir et restera dans tous les cas incertain. Une façon de procéder consistera à tester les équations sur un jeu de données restreint répondant aux caractéristiques (pente, granulométrie, morphologie) du cas étudié. Cela est possible à partir de la base de données dans BedloadWeb.

### 6.1.5 Transport à capacité

Beaucoup de formules ont été établies pour reproduire une condition d'équilibre observée au laboratoire. Lorsque cette condition est vérifiée, le transport est dit à capacité. Dans le cas contraire on distingue :

- L'écoulement est dit limité en apport ('supply limited') quand la formule surestime le transport solide : on considère que par rapport à la condition d'équilibre de référence, il n'y a pas assez de fourniture sédimentaire pour la condition hydraulique (nombre de Shields);
- L'écoulement est dit limité en capacité de transport ('transport limited') quand la formule sous-estime le transport solide : on considère que par rapport à la condition d'équilibre de référence, les conditions hydrauliques ne sont pas assez fortes pour mobiliser le lit en place (pente, granulométrie);

Cet argument est souvent utilisé pour justifier qu'un calcul donne de mauvais résultats ; peut-être un peu trop hâtivement car il existe plein de raisons qui peuvent justifier un mauvais calcul (à commencer par les incertitudes sur les données d'entrée des modèles, mais aussi les incertitudes sur les flux ou volumes mesurés qu'on est censés reproduire).

On verra par ailleurs plus loin que cette notion d'équilibre n'a plus de sens lorsqu'une équation est construite à partir de données mesurées sur le terrain, pour lesquelles aucune condition d'équilibre n'est vérifiée.

Mais au-delà de la qualité de la mesure, la définition même de la granulométrie à incorporer dans l'équation reste un problème lorsqu'on passe d'un matériau uniforme (un seul diamètre) à une granulométrie étendue (mélange de plusieurs diamètres).

### 6.1.6 Calcul fractionné

La plupart des formules de transport établies en laboratoire pour un diamètre unique  $D$ , sont utilisées sur le terrain avec le diamètre médian  $D_{50}$  supposé représentatif pour le mélange.

C'est (à ma connaissance) à Parker et al [*G. Parker and Klingeman, 1982; G. Parker et al., 1982*] que l'on doit une première tentative d'adapter les équations à la complexité du terrain. Cela passe par une meilleure considération de la granulométrie des matériaux du lit. Ils ont ainsi posé les bases du calcul fractionné, qui consiste à calculer un flux solide non pas pour un diamètre unique représentatif, mais pour toutes les classes granulométriques en présence.

Si on considère une équation de transport  $\zeta$  établie pour un diamètre caractéristique  $D$ , et fonction de la contrainte de l'écoulement  $\tau$  et d'une contrainte critique  $\tau_c$  (en général c'est la contrainte de référence  $\tau_r$  qui a été utilisé pour ce type de formulation) :

$$q_s = \zeta(D, \tau, \tau_r) \quad (43)$$

Le calcul fractionné fait l'hypothèse que la fonction  $\zeta$  reste valide pour chaque classe granulométrique  $D_i$  en présence dans le mélange sédimentaire, ce qui permet d'écrire:

$$q_{si} = f_i \zeta(D_i, \tau, \tau_{ri}) \quad (44)$$

Où  $f_i$  est la proportion de matériau présent dans la  $i^{\text{ème}}$  classe de taille du mélange sédimentaire (la courbe est découpée en intervalles  $[D_i - D_{i+1}]$ ),  $\tau_{ri}$  est la contrainte de référence associée à la taille  $D_i$ , et  $q_{si}$  est le débit solide associé à ce diamètre. La valeur de  $\tau_{ri}$  est généralement exprimée en fonction de  $\tau_{r50}$  (estimé pour le diamètre médian  $D_{50}$ ) à partir d'une fonction de masquage (du type Eq.35).

Le débit solide total est alors la somme des débits élémentaires calculés pour chaque classe:

$$q_s = \sum q_{si} \quad (45)$$

Ce type de décomposition est bien adapté aux formulations en  $\tau - \tau_c$  mais donnent des incohérences pour les équations écrites en  $\tau^*/\tau_c^*$  (le calcul fractionné  $\sum f_i \zeta(D_i, \tau)$  n'est pas cohérent avec l'équation initiale  $\zeta(D, \tau)$ ).

Parker and Klingeman [1982] ont développé une modèle fractionné à partir de mesures réalisées sur la rivière Oak Creek [*Milhous, 1973*]. Pour aller encore plus loin dans une adaptation du modèle à la réalité de terrain, ils ont utilisé la granulométrie des matériaux du lit. Cependant ils ont utilisé la granulométrie de la sub-surface, beaucoup plus proche de la

granulométrie des matériaux transportés que ne l'est la granulométrie de surface du lit, beaucoup plus grossière. Le phénomène de fourniture de la couche charriée depuis la subsurface en réponse à une mobilité de la couche grossière de surface a été bien décrit par [G. Parker and Klingeman, 1982].

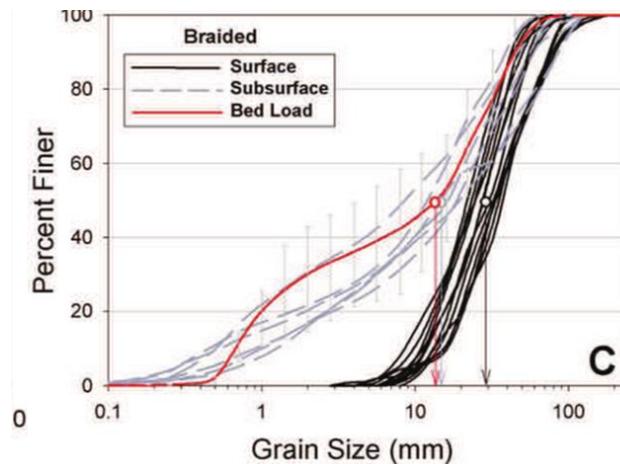


Figure 19: Comparaison des granulométries de surface, de subsurface et transportée [Mueller and Pitlick, 2014]

### 6.1.7 Transport basé sur l'état de surface du lit

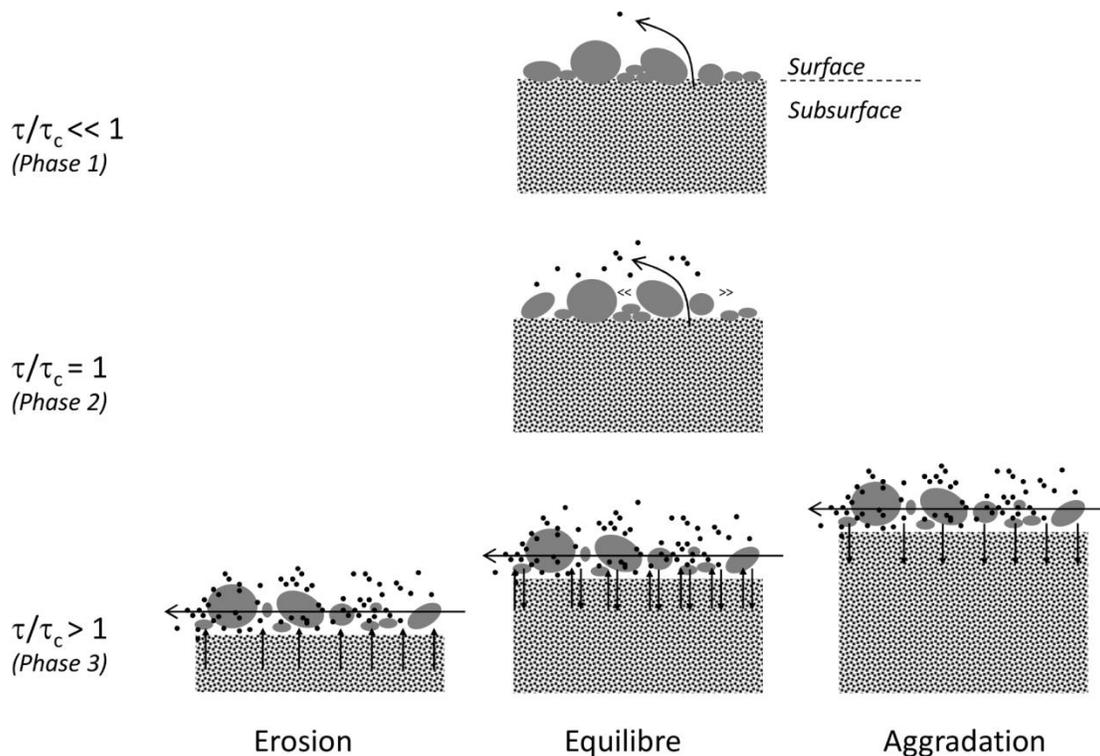
Même si le constat que la granulométrie transportée est en général très proche de la granulométrie de la subsurface (et très différente de la granulométrie de surface) a été maintes fois vérifié, l'utilisation de la granulométrie de subsurface dans la pratique se heurte à une difficulté majeure : cette donnée est très compliquée à collecter et n'est en général pas disponible. Une donnée par contre très facilement accessible (e.g. par méthode visuelle de Wolman) et en général disponible, est la granulométrie de surface.

Partant de ce constat, Parker [1990] a proposé une adaptation de son équation pour calculer les flux à partir d'une connaissance de l'état de surface du lit ('surface based equation'). Poursuivant cette même idée, Wilcock et al. [2001] ont mené une série d'expériences au laboratoire avec des matériaux naturels non uniformes, pour construire un jeu de données unique où les flux mesurés sont systématiquement associés à un état de surface du lit. Wilcock and Crowe [2003] ont ensuite utilisé ces données pour construire un modèle, largement utilisé aujourd'hui.

Cette approche est également celle qui est sous-jacente lorsqu'un modèle est construit avec des données de terrain [Recking, 2010], car les données de flux sont systématiquement associées aux granulométries de surface du lit ; la question se résume alors à :

- J'ai un matériau à déplacer (le lit sédimentaire en place)
- Une force s'exerce sur ce matériau (la contrainte hydraulique)
- Quel flux sera généré par cette force?

Mais si les flux sont générés en partie par la subsurface, cela revient d'un point de vue conceptuel à utiliser la mobilité de la granulométrie grossière de surface également comme proxy de la disponibilité en matériaux de la subsurface pour le transport selon le processus décrit par Parker and Klingeman [1982]. On considèrera que ce processus reste valide en crue, la couche d'armure étant mobile mais toujours en place [Clayton and Pitlick, 2007; Peter R. Wilcock and DeTemple, 2005], et hors équilibre, c'est-à-dire pour un lit en érosion ou un lit en aggradation comme illustré sur la Figure 20.

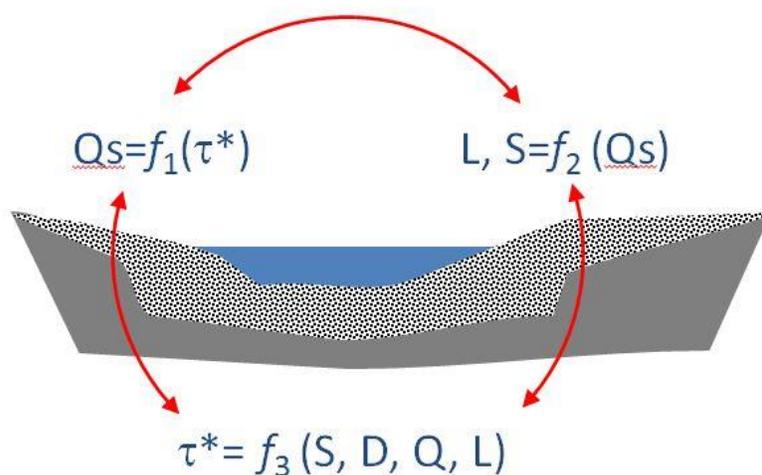


**Figure 20: Schéma présentant l'approche conceptuelle où la mobilité de surface sert de proxy pour la mobilité du lit dans son ensemble, avec une couche de surface plus ou moins mobile mais toujours en place, et régulant les échanges avec la subsurface**

On notera que cette approche fait abstraction du concept d'équilibre au sens où il a été défini au laboratoire (pente constante et égalité des flux en entrée et sortie du tronçon). La notion d'équilibre ne disparaît néanmoins pas complètement : comme la force hydraulique est calculée à partir des propriétés géométriques (pente, section), une condition néanmoins essentielle est que la section soit auto-formée dans ses alluvions.

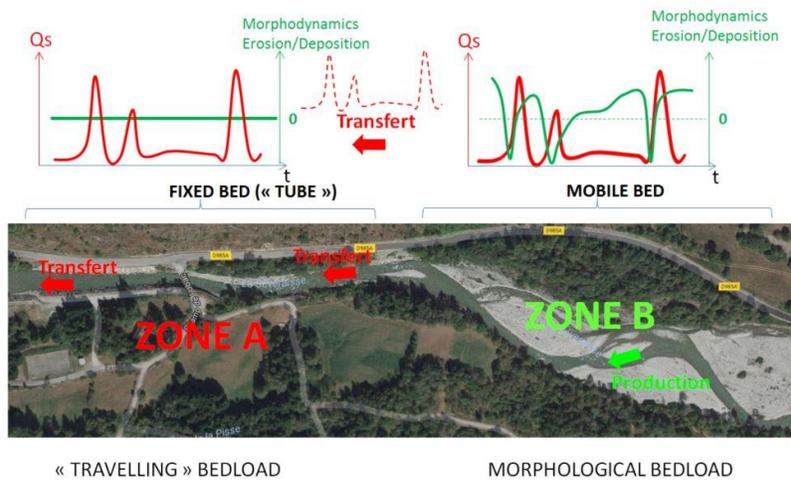
### 6.1.8 Section auto-formée dans ses alluvions

Dans le meilleur des cas, une équation mettra en relation l'hydraulique générée dans une section par le matériau en place, et le transport (d'une partie ou totalité) de ce même matériau.



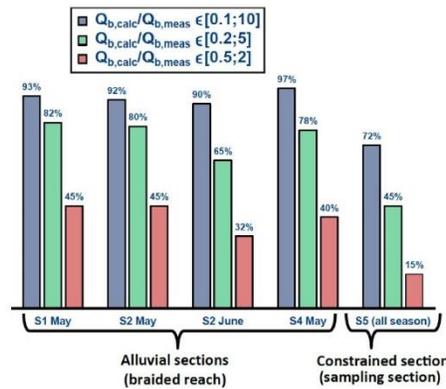
**Figure 21: Principe de rétroaction existant entre l'hydraulique, le transport et la géométrie**

Par exemple, une équation sera incapable de prédire les flux si ceux-ci ont une origine externe au tronçon où ont été collectées les données pour le calcul. On peut l'illustrer sur l'exemple suivant, où le tronçon aval (lit étroit, pavé et à pente forte car contraint latéralement par la route) reçoit les sédiments produits par la tresse amont.



**Figure 22: Relation entre morphologie et charriage**

Dans ce cas on montre que les flux mesurés sur le secteur aval ne sont réellement bien reproduits qu'à partir des données sont collectées dans la tresse en amont [Misset et al., 2020].



**Figure 23: Comparaison du charriage mesuré avec des calculs réalisés en plusieurs sections de la rivière Séveraisse [Misset et al., 2020]**

### 6.1.9 'Tubes' et travelling bedload

Dans l'exemple précédent le flux transitant sur le tronçon aval est déconnecté de la réelle production de ce tronçon et est appelé 'travelling bedload' [Yu et al., 2009].

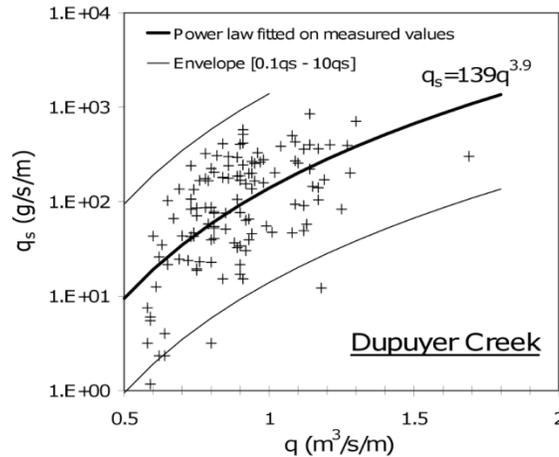
Ce mode de fonctionnement peut ne pas être négligeable en montagne où les cours d'eau alternent des zones alluviales avec des sections pavées étroites, très stables et à pente forte (ces zones transfèrent efficacement les sédiments d'où leur surnom de 'tube'). Les zones alluviales doivent être privilégiées pour le calcul, cependant elles sont parfois absentes

(alimentation du chenal directement par des processus de versants) ou tout simplement inaccessibles. Dans ce cas la modélisation reste compliquée ; cependant des tests ont montré que l'utilisation des formules de transport avec la granulométrie des matériaux charriés (parfois disponibles dans des zones de dépôts) permettait d'améliorer considérablement la prédiction des volumes transportés [Piton and Recking, 2017]. Il convient de noter que, contrairement au calcul en zones alluviales, dans ce cas, la stratégie de calcul nécessite de définir 2 courbes granulométriques car la granulométrie du lit est toujours requise pour le calcul de l'hydraulique.

Il convient également de noter que les cours d'eau de montagne stables, tels que les step-pools, peuvent se comporter différemment au cours de leur évolution à long terme: ils sont généralement stables (avec un pavage de surface) et présentent un transport faible réduit au travelling bedload. Mais à l'occasion de crues extrêmes et rares, leur morphologie peut être totalement recomposée par la destruction du pavage. Plusieurs études ont montré que ces événements sont associés à de longues périodes de retour (> 20 à 50 ans) [Chin, 1998; G Grant et al., 1990; Molnar et al., 2010; Recking et al., 2012; Whittaker and Jaeggi, 1982] et peuvent être suivies d'une longue période de transport intense où les sédiments sont alimentés directement depuis le lit perturbé [Lenzi, 2001; Lenzi et al., 2004; Turowski et al., 2009].

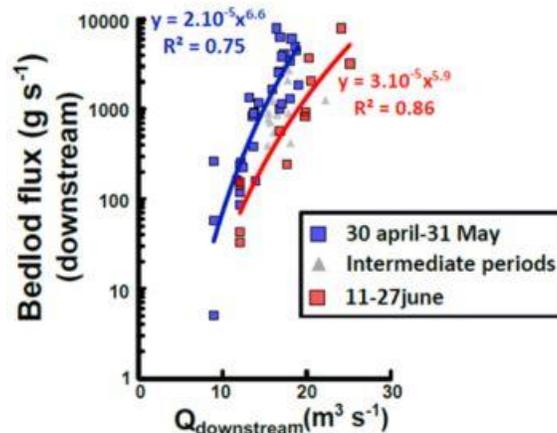
#### 6.1.10 Variabilité

Ce qui caractérise le plus les cours d'eau et leur fonctionnement, c'est une très forte variabilité à la fois spatiale et temporelle. La variabilité spatiale concerne toutes les données nécessaires aux calculs, comme la granulométrie ou les hauteurs du chenal sur une section donnée. La variabilité de flux peut être observée dans la quasi-totalité des signaux de charriage, comme illustré sur la **Figure 24**.



**Figure 24: variabilité du charriage sur Dupuyer Creek [A C Whitaker and D Potts, 2007]**

On voit sur la **Figure 24** qu'à un débit donné  $q$  correspond une large gamme de débits solides  $q_s$  couvrant deux ordres de grandeur. Cette dispersion des points est commune à presque tous les jeux de données (visualisables sur BedoadWeb). Bien sûr une part est due aux incertitudes de mesure. Mais cela est loin de tout expliquer : cette gamme de fluctuation est inhérente au phénomène de charriage lui-même et présente même en condition parfaitement contrôlé au laboratoire [Ancey, 2019b]. Parmi les causes on pourra citer : la turbulence, les bedforms (dunes...), le tri granulométrique, la saisonnalité.



**Figure 25: Variabilité saisonnière du charriage sur la Séveraisse [Misset et al., sub]**

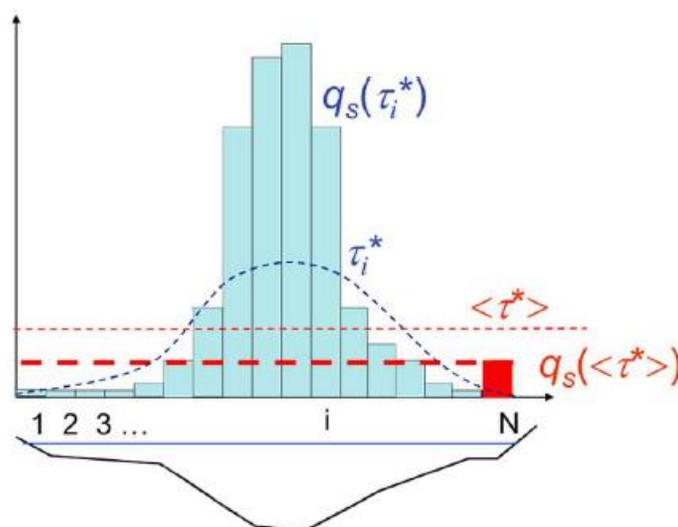
L'effet de saisonnalité est illustrée sur la **Figure 25**, et comme son nom l'indique, est lié aux différents états possibles du lit (recharge en sédiments et pavage plus ou moins prononcé) aux

différentes périodes de l'année. Cette part de variabilité peut être anticipée avec des jeux de données de calcul adaptés à chaque saison.

**Ce qu'il faut conclure de cette partie sur la variabilité est qu'une équation de transport pourra au mieux représenter une tendance médiane (Figure 24).** D'autres approches probabilistes seraient plus adaptées pour prendre en compte l'étendue du phénomène [Ancey, 2019a] et ainsi donner, pour une condition d'écoulement, non pas une valeur de transport unique, mais une médiane et la distribution autour de cette médiane.

### 6.1.11 Equations morpho ou locale

La forte variabilité des données utilisées pour calculer le charriage complique le passage du laboratoire au terrain. En effet, du fait de la forte non linéarité de la réponse du charriage à la contrainte hydraulique (une toute petite variation de contrainte peut conduire à de très fortes différences de flux, surtout lorsqu'on est proche du début de mouvement), le calcul avec une profondeur moyenne appliquée à toute la section peut considérablement sous-estimer le transport qui existerait localement sous une forte hauteur d'eau, pour cette même hauteur d'eau moyenne [Recking, 2013b].



**Figure 26: Effets de la variabilité sur la section : le calcul avec une hauteur moyenne ( $q_s(\langle \tau^* \rangle)$ , en rouge) sera inférieur à la somme des calculs locaux ( $\sum q_s(\tau_i^*)$  en bleu) [Recking, 2013b]**

Les équations construites à partir des données de terrain contournent en partie ce problème car les flux mesurés sont associés à des grandeurs hydrauliques moyennées sur la section (et donc prenant implicitement en compte cette variabilité). Ces équations sont construites pour un

calcul 1D avec des données 1D (les variations en topographie ou granulométrie ne seront pris en compte que dans le sens de l'écoulement). Elles peuvent être qualifiées de 'morphologiques' et on montre qu'elles devraient en toute logique être adaptées en fonction de la morphologie du lit [Recking et al., 2015]

Par contre au laboratoire les équations sont construites pour reproduire une relation (univoque) entre contrainte et flux local, mais n'ont pas dans leur ADN la morphologie du lit, qui doit être prise en compte par ailleurs (par exemple via une modélisation 2D de l'hydraulique et du transport).

### 6.1.12 Largeur et bande active

La majorité des formules de transport permet d'accéder à un transport unitaire  $q_s$  [ $m^3/s/m$ ], par mètre de largeur de cours d'eau, qu'il faut ensuite multiplier par une largeur pour accéder au transport total : largeur active  $L_a$ . D'un point de vue de l'hydraulique, on dispose de la largeur d'écoulement  $L$ , de telle sorte que  $L \geq L_a$ .

$$Q_s = L_a q_s \quad \text{avec} \quad L_a \leq L \quad (46)$$

La définition de la largeur active n'est pas toujours évidente et laissée à l'appréciation de la personne qui fait l'étude. C'est donc un critère subjectif et délicat car il impactera directement le résultat du calcul.



Figure 27: Largeur active (en rouge) à distinguer de la largeur totale du lit

En général on considèrera comme largeur active le lit en graviers, c'est-à-dire la partie que l'on juge mobilisable en crue (souvent confondue avec le lit mineur). La définition est plus délicate pour un lit en tresse où la largeur active doit être distinguée de ce qu'on appelle 'bande active' qui est la largeur morphodynamiquement active.



**Figure 28: Distinction entre Largeur active (en rouge) et bande active dans une tresse**

En fait, le chenal principal développé dans une grande plaine alluviale n'est pas caractéristique d'une seule crue, mais résulte d'une succession de crues, et donc la géométrie de sa section pourrait être considérée comme représentative de l'enveloppe maximale pour la largeur active à considérer pour les transports associés aux événements fréquents (la géométrie de plein bord est généralement considérée comme représentative pour les crues de période de retour de 2 à 5 ans). La question est plus délicate pour les crues exceptionnelles pour lesquelles deux hypothèses sont possibles:

- 1) agrandissement du canal principal et de la largeur active
- 2) la largeur active maximale est toujours limitée au chenal principal initial et l'eau en excès est transférée vers la plaine inondable sans produire de transport solide supplémentaire.

Une partie de la réponse se trouve dans la littérature concernant les rivières en tresses, où les observations disponibles suggèrent que même en cas de crue importante, la zone de transport semble limitée à la géométrie du chenal principal (tel qu'il se définit aux faibles débits) qui migre et balaie la zone de tressage.

## 6.2 Les équations de transport

En préambule il faut préciser qu'il existe des dizaines d'équations de transport solide, et que seules quelques-unes ont été implémentées à ce jour dans BedloadWeb et sont présentées dans ce qui suit. Il n'est pas exclu dans l'avenir de compléter les équations disponibles sur le site avec d'autres équations.

Plusieurs articles se sont intéressés à l'histoire de ces formules et apportent plein de détails sur leur genèse [Ancey, 2019a; Hager, 2005; Gary Parker, 2009]. On se contentera ici d'en rappeler le contenu, et dans la mesure du possible les limites (pour plus de détails consulter les articles originaux).

### 6.2.1 Bagnold [1980]

#### Formulation

$$q_b [m^3/m/s] = \frac{q_{v*}}{\rho_s - \rho} \left[ \frac{\omega - \omega_c}{(\omega - \omega_c)^*} \right]^{3/2} \left( \frac{d}{d^*} \right)^{-2/3} \left( \frac{D_m}{D^*} \right)^{-0.5} \quad (47)$$

Où  $d$  est la hauteur d'eau,  $\omega$  et  $\omega_c$  sont la puissance unitaire et la puissance critique unitaire :

$$\omega = \rho d S U = \rho q S \quad (48)$$

et

$$\omega_c = 290 D^{3/2} \log \left( 12 \frac{d}{D} \right) \quad (49)$$

Bagnold a omis le terme de gravité  $g$  dans cette définition de  $\omega$ . L'astérisque (\*) désigne les valeurs de référence utilisées pour adimensionnaliser les termes. Bagnold a proposé (à partir mesures sur sables en canal de laboratoire)  $q_{v*} = 0.1 \text{ kg/m/s}$ ,  $^2(\omega - \omega_c)^* = 0.5 \text{ kg/m/s}$ ,  $d^* = 0.1 \text{ m}$  et  $D^* = 0.0011 \text{ m}$ .

#### Conditions d'établissement de la formule

La formulation est proposée par l'auteur pour une large gamme de rivières allant des sables aux rivières à charge grossière (validation par l'auteur sur des rivières avec  $D_{50} > 300 \text{ mm}$ ).

Les valeurs de référence utilisées pour adimensionnaliser la formule ont été déduites des données de Laboratoire Williams avec du sable 1.1 mm [Williams, 1970].

La puissance critique  $\omega_c$  est déduite de l'hypothèse d'un nombre de Shields critique égale à 0.04. L'auteur met en garde pour les distributions bimodales avec deux granulométries distinctes, pour lesquelles  $\omega_c$  pourrait résulter d'une moyenne géométrique des valeurs calculées pour chaque fraction (dans BedloadWeb ce paramètre est calculé par défaut avec Eq.49, mais avec les utilisateurs peuvent changer cette valeur).

### 6.2.2 Camenen et Larson [2005]

#### **Formulation**

$$\Phi = 12\tau^{*3/2}\exp(-4.5\tau_c^*/\tau^*) \quad (50)$$

avec

$$\tau_c^* = \frac{0.3}{1+1.2D^*} + 0.055[1 - \exp(-0.02D^*)] \quad (51)$$

et

$$D^* = \left[ \frac{(s-1)gD_{50}^3}{v^2} \right]^{1/3} \quad (52)$$

#### **Conditions d'établissement de la formule**

Formule établie initialement pour le transport en milieu côtier, à partir de données de laboratoire avec des diamètres  $0.1 < D < 200\text{mm}$  et densité  $1.14 < s < 2.7$  (dont Meyer-Peter Muller, Smart & Jaeggi, Gilbert, Brownlie, Nnadi & Wilson...) comprenant essentiellement des sables.

### 6.2.3 Einstein-Brown [1950]

#### **Formulation**

$$\Phi = \left[ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{g(s-1)D^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{g(s-1)D^3}} \right] f(\tau^*) \quad (53)$$

Avec

$$f(\tau^*) = 2.15 \exp\left(-\frac{0.391}{\tau^*}\right) \text{ si } \tau^* < 0.18 \quad (54)$$

$$f(\tau^*) = 40\tau^{*3} \text{ si } \tau^* > 0.18 \quad (55)$$

### **Conditions d'établissement de la formule**

Cette équation est une adaptation simplifiée de la formulation probabiliste initialement proposée par Einstein [1950]. Le calage s'est fait à partir des données de laboratoire de [Gilbert, 1914] et de [Meyer-Peter and Mueller, 1948].

#### **6.2.4 Engelund & Hansen [1967]**

##### **Formulation**

$$\Phi = \frac{0.1}{f} \tau^{*5/2} \quad (56)$$

Avec

$$f = 2 \frac{g^{RS}}{U^2} \quad (57)$$

##### **Conditions d'établissement de la formule**

Cette équation a été établie pour le transport de sable sur un lit de dunes :

- Le cadre théorique considère un bilan énergétique du transfert du flux de sédiments sur la hauteur de la dune
- L'exposant 2.5 appliqué  $\tau^*$  provient d'une approximation valable pour  $\tau^* > 0.15$  (ce qui est très grand et valable pour les sables).
- Le coefficient 0.1 provient quant à lui d'un calage sur des données de laboratoire [Guy et al., 1966] avec des sables de diamètre 0.19 à 0.93mm (en canal large de 2.4m, pente  $0.0004 < S < 0.02$ ).

#### **6.2.5 Lefort [2007]**

##### **Formulation**

$$G_s(\text{tonnes/jour}) = 0.0864 C_p Q (\text{m}^3/\text{s}) \quad (58)$$

$$C_p(\text{mg/l}) = 1700000 S^m \frac{s}{(s-1)^{1.65}} G_r^{0.2} \cdot \text{cor.} F\left(\frac{q}{q_0}, q^*\right) \quad (59)$$

$$\frac{q_0}{\sqrt{g((s-1)D_m)^3}} = C_{D_m}^* \left(\frac{D_m}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{k_s}{k_r}\right)^{-0.5} S^{-n} \quad (60)$$

avec

$$D_m = \frac{\sum D_i p_i}{\sum p_i}, \quad D_m^* = D_m \left[ \frac{(s-1)g}{v^2} \right]^{1/3}, \quad G_r = \frac{1}{2} \left[ \frac{D_{84}}{D_{50}} + \frac{D_{50}}{D_{16}} \right] \quad (61)$$

Où  $D_i$  diamètre et  $p_i$  poids pour la classe de grains considérée, et où  $G_r$  est l'étendue granulométrique.

$$C_{D_m^*} = 0.0444 \left[ 1 + \frac{15}{1+D_m^*} - 1.5 \exp\left(-\frac{D_m^*}{75}\right) \right] \quad (62)$$

$$n = 1.6 + 0.06 \log(S), \quad m = 1.8 + 0.08 \log(S) \quad (63)$$

$$\text{Si } q^* = \frac{q}{\sqrt{gSD_m^3}} < 200 \quad \frac{k_s}{k_r} = 0.75 \left( \frac{q^*}{200} \right)^{0.23} \quad \text{sinon } k_s/k_r=0.75 \quad (64)$$

$$\text{si } D_m^* < 14 \text{ et } \frac{k_s}{k_r} < 0.63 \quad \text{cor} = 1 - 1.4 \exp \left[ -0.9 \left( \frac{k_s}{k_r} \right)^2 \left( \frac{q}{q_0} \right)^{0.5} \right] \quad \text{sinon } \text{cor}=1 \quad (65)$$

$$\text{Si } q^* < 200 \quad M = \frac{q^* + 2.5}{200} \quad \text{sinon } M=1 \quad (66)$$

$$F \begin{cases} 0.06M \frac{q}{q_0} & \text{si } q < q_0 \\ \left[ 6.1 \left[ 1 - 0.938 \left( \frac{q_0}{q} \right)^{0.284} \right]^{1.667} \right]^Z & \text{si } q > q_0 \end{cases} \quad (67)$$

$$\text{si } \frac{q}{q_0} > 3.4 \quad Z = 1 + \frac{0.38}{D_m^{*0.45}} \left[ \frac{q}{\sqrt{gD_m^3}} \right]^{0.192} \quad \text{sinon } Z=1 \quad (68)$$

### **Conditions d'établissement de la formule**

Calage sur l'ensemble des données de laboratoire et de terrain disponibles (Tableau 4). Donc a priori pas de limitation d'utilisation.

### 6.2.6 Meyer-Peter & Muller [1948]

#### Formulation

$$\Phi = 8 \left[ \left( \frac{n'}{n} \right)^{3/2} \tau^* - 0.047 \right]^{3/2} \quad (69)$$

Le terme  $n'/n$  est utilisé pour corriger la contrainte (voir §4.6).

#### Conditions d'établissement de la formule

Expérimentations de laboratoire avec des matériaux uniformes et non uniformes.

Largeur canal : 0.35-2m, Pente : 0.0004-0.02 m/m, D50 : 0.4-29 mm, D84 : 1.68-34.5 mm, Hauteur d'eau : 0.1-1.2 m, densité des sédiments : 2.5-3.2 kg/m<sup>3</sup>

Les auteurs précisent : « *the test comprise a big region, namely from the beginning of bedload transport up to the big transport capacities of rolling bedload occurring in nature in streams in full flood... The only assumption remaining is the requirement of good agreement between the particle composition of the moving bedload and that of the bed, i.e. the movability of the bed as occurring in nature in alluvial stretches* ».

### 6.2.7 Parker [1979]

#### Formulation

$$\Phi = 11.2 \frac{(\tau^* - 0.03)^{4.5}}{\tau^{*3}} \quad (70)$$

#### Conditions d'établissement de la formule

Cette formulation a été calée sur des données de laboratoire et de terrain [Peterson and Howells, 1973], obtenues a priori pour des matériaux très fins (<1mm) [Leo C. Van Rijn, 1984].

### 6.2.8 Parker [1990]

#### Formulation

Cette équation doit être utilisée avec la courbe granulométrique après suppression de la fraction sableuse.

$$W_i^* = \frac{(s-1)gqv_i}{F_i u_{*s}^3} = 0.00218G(\phi) \quad (71)$$

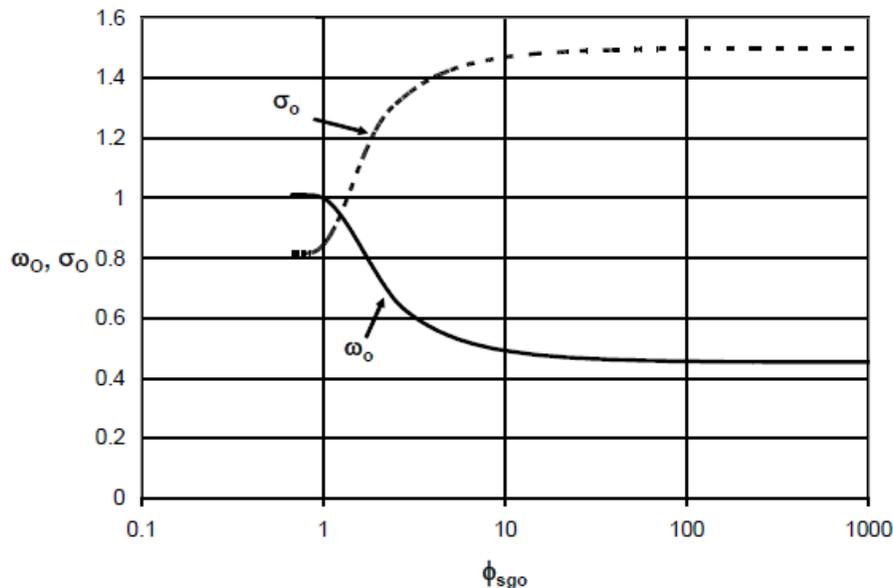
Avec

$$\phi = \omega \phi_{sgo} \left( \frac{D_i}{D_g} \right)^{-0.0951}, \quad \phi_{sgo} = \frac{\tau_g^*}{\tau_{ssrg}^*}, \quad \tau_g^* = \frac{\tau}{\rho(s-1)gD_g}, \quad \tau_{ssrg}^* = 0.0386$$

$$G(\phi) = \begin{cases} 5474 \left( 1 - \frac{0.853}{\phi} \right)^{4.5} & \text{pour } \phi > 1.59 \\ \exp[14.2(\phi - 1) - 9.28(\phi - 1)^2] & \text{pour } 1 \leq \phi \leq 1.59 \\ \phi^{14.2} & \text{pour } \phi < 1 \end{cases} \quad (72)$$

$$\omega = 1 + \frac{\sigma}{\sigma_0(\phi_{sgo})} [\omega_0(\phi_{sgo}) - 1]$$

Les fonctions  $\sigma_0(\phi_{sgo})$  et  $\omega_0(\phi_{sgo})$  sont déduites de la figure suivante :



$D_g$  est le diamètre géométrique. La courbe granulométrique est découpée en classes  $i$ , puis on calcule :

$$\psi_i = \ln(D_i) / \ln(2), \quad \bar{\psi}_i = \frac{1}{2}(\psi_i + \psi_{i+1}), \quad p_i = p_f(\psi_{i+1}) - p_f(\psi_i) \text{ avec } \sum p_i = 1$$

$$D_g = 2^{\psi_m} \text{ avec } \psi_m = \sum_{i=1}^n \bar{\psi}_i p_i,$$

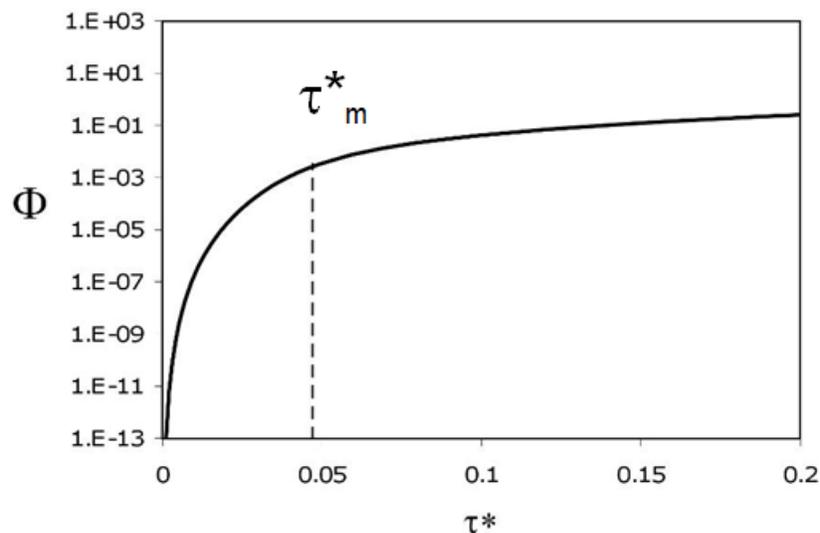
$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{\psi}_i - \psi_m)^2 p_i$$

### Conditions d'établissement de la formule

Le modèle a été construit pour reproduire le transport de la charge grossière uniquement (sans les sables), à partir des données de terrain de la rivière Oak Creek [Milhous, 1973] : Pente S = 0.8-2%,  $D_{50}=54\text{mm}$ ,  $D_{84}=80\text{mm}$ ,  $\tau^*/\tau_c^*=0.11-1.04$  (pour  $D_{84}$ ).

### 6.2.9 Recking [2013a]

Le modèle est schématisé sur la figure suivante, où le paramètre  $\tau_m^*$  est un Shields de mobilité délimitant le transport partiel ( $\tau^* < \tau_m^*$ ) du transport total ( $\tau^* > \tau_m^*$ ). C'est la valeur de  $\tau_m^*$  qui donne sa forme au modèle. Elle dépend de plusieurs facteurs comme la pente, la granulométrie, la morphologie. Il peut être calé ou calculé.



### Formulation

Deux versions du modèle existent : une version pour le terrain et une version pour le labo (et la modélisation 2D).

- **Version pour le terrain à utiliser avec des grandeurs ( $\tau$ , pente, granulo, largeur....) moyennées sur la section et à l'échelle du tronçon :**

Une première formulation en deux équation [Recking, 2010] a ensuite été réduite à une seule équation [Recking, 2013a] :

$$\Phi = 14 \frac{\tau^{*2.5}}{1 + \left(\frac{\tau_m^*}{\tau^*}\right)^4} \quad (73)$$

Où  $\Phi$  et  $\tau^*$  sont calculés pour le diamètre  $D_{84}$ . La valeur de  $\tau_m^*$  impacte fortement le résultat, et sa détermination est difficile, surtout pour les cours d'eau de montagne. Dans l'idéal il faudrait le caler sur de la mesure. A défaut, les données disponibles « suggèrent » qu'une estimation est possible avec [Recking et al., 2015]:

pour les Seuils-mouilles, bancs alternés  $\tau_m^* = (5S + 0.06) \left(\frac{D_{84}}{D_{50}}\right)^{4.4\sqrt{S}-1.5} \quad (74)$

pour les autres morphologies  $\tau_m^* = 1.5S^{0.75} \quad (75)$

(Pour les rivières à sable, peu importe  $\tau_m^*$  car les écoulements vérifient en général  $\tau^* \gg \tau_m^*$ )

**!! Le choix de la morphologie associée à la section peut donc fortement impacter le résultat de cet équation dans BedloadWeb !!**

Le nombre de Shields  $\tau^*$  peut être calculé normalement à partir du rayon hydraulique (Eq. 5) et du  $D_{84}$ . Mais lorsque l'on ne dispose que du débit il peut aussi être estimé simplement avec l'équation suivante (combinaison de Eq.5 et 24) :

$$\tau^* = \tau_{D_{84}}^* = 0.015 \frac{S}{s-1} \frac{q^{*2p}}{p^{2.5}} \quad (76)$$

Où  $q^* = \frac{q}{\sqrt{gSD_{84}^3}}$  est un débit adimensionnel [Rickenmann and Recking, 2011] et où  $p=0.23$  si  $q^* < 100$  ou  $p=0.31$  sinon.

- **Version pour le labo ou le calcul local 2D, à utiliser avec des données locales (moyennées sur la verticale)**

La formulation précédente a été calée sur des données de terrain moyennées à l'échelle du tronçon et prenant implicitement en compte la variabilité liée à la morphologie. Cette variabilité introduit nécessairement un biais quand l'équation est considérée pour le transport local (1D au

laboratoire ou 1D sur une verticale dans un écoulement) [Recking, 2013b]. C'est pourquoi une variante a été calée uniquement sur des données de laboratoire [Recking et al., 2015] :

$$\Phi = 14 \frac{\tau^{*2.5}}{1 + \left(\frac{\tau_m^*}{\tau^*}\right)^{10}} \quad (77)$$

Avec

$$\tau_m^* = 0.26S^{0.3} \quad (78)$$

Comme les données de labo sont issues de matériaux à granulométrie quasi uniforme, il n'y a aucune indication sur le diamètre à utiliser pour  $\Phi$  et  $\tau^*$  en granulométrie étendue ( $D_{50}$ ,  $D_m$ ,  $D_{84}$  ?) sur le terrain. Ce travail de validation reste à faire (par exemple par comparaison d'une modélisation 2D avec un flux solide mesuré).

### **Conditions d'établissement de la formule**

A partir de données de laboratoire et de terrain (Tableau 4).

La partie du modèle vérifiant  $\tau^* < \tau_m^*$  a été calée uniquement à partir les données de terrain.

La partie du modèle vérifiant  $\tau^* > \tau_m^*$  a été calée sur les données de laboratoire (à défaut de données de terrain pour cette gamme de transport).

Seules 1/3 du jeu de données de terrain ont servi à la construction du modèle. Les 2/3 restants ont été utilisés pour sa validation.

### **6.2.10 Rickenmann [1991]**

#### **Formulation**

$$q_v [m^3/s/m] = 1.5(q - q_c)S^{1.5} \quad \text{pour } 0.0004 < S < 0.2 \quad (79)$$

$$q_v [m^3/s/m] = \frac{12.6}{(s-1)^{1.6}} \left(\frac{D_{90}}{D_{30}}\right)^{0.2} (q - q_c)S^2 \quad \text{pour } 0.03 < S < 0.2 \quad (80)$$

Avec

$$q_c = 0.065(s - 1)^{1.67} g^{0.5} D_{50}^{1.5} S^{-1.12} \quad (81)$$

Et  $(D_{90}/D_{30})^{0.2} = 1.05$  quand inconnu.

**Conditions d'établissement de la formule**

Expérimentations de laboratoire : données de Meyer-Peter & Muller, Smart & Jaeggi et de nouvelles expérimentations pour étudier l'effet de la densité de l'eau sur l'efficacité du transport.

**6.2.11 Schoklitsch [1962]****Formulation**

$$q_v [m^3/s/m] = \frac{2.5}{\rho} S^{\frac{3}{2}} (q - q_c) \quad (82)$$

Avec

$$q_c = 0.26(s - 1)^{5/3} \frac{D_{40}^{3/2}}{S^{7/6}} \quad (83)$$

**Conditions d'établissement de la formule**

Chanson [1999] précise que la formulation a été obtenue à partir de données de laboratoire (Gilbert) et de terrain (Danube et Aare). Devrait être utilisé avec  $D_{40}$  de la sous-couche d'après [J. C. Bathurst, 2007]. Cependant cette donnée n'est jamais disponible, et c'est donc le  $D_{50}$  de surface qui est utilisé.

**6.2.12 Smart & Jaeggi [1983]****Formulation**

$$\Phi = 4 \left( \frac{D_{90}}{D_{30}} \right)^{0.2} S^{0.6} \frac{U}{u^*} \tau^{*0.5} (\tau^* - \tau_c^*) \quad (84)$$

Avec

$$\frac{U}{u^*} = 2.5 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{0.05Z_{90}}{S^{0.5}}\right) \right]^{0.5} \ln(8.2Z_{90}) \quad (85)$$

$$\tau_c^*(S) = 0.05 \cos(\arctg(S)) \left( 1 - \frac{S}{\tan\phi} \right) \quad (86)$$

Où  $Z_{90}=R/D_{90}$  et  $\phi=35^\circ$  (0.61rd).

### Conditions d'établissement de la formule

Avec des données de laboratoire de Meyer-Peter & Mueller plus de nouvelles expériences en matériaux uniforme et non uniforme : Largeur canal : 0.2m, Longueur canal : 6m, Pente : 0.03-0.25 m/m,  $D_{50}$  : 2-10.5 mm,  $D_{84}$  : 2.4-12.6 mm, Hauteur d'eau : 0.01-0.09 m, Lit mobile (pas d'amure).

Non recommandé par les auteurs pour  $D_{90}/D_{30} > 8.5$  et pour  $S > 20\%$

### 6.2.13 Van Rijn [1984]

#### Formulation

$$\Phi = 0.053 \frac{T^{2.1}}{D_*^{0.3}} \quad (87)$$

Avec

$$D_* = D_{50} \left[ \frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{1/3}, \quad T = \frac{u_*^2 - u_{c*}^2}{u_{c*}^2}, \quad (88)$$

$$u_* = \sqrt{g} \frac{U}{18 \log\left(\frac{4R}{D_{90}}\right)}, \quad u_{c*}^2 = g(s-1)D_{50}(\alpha D_*^\beta) \quad (89)$$

Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnés par :

$D_*$	$\alpha$	$\beta$
$D_* < 4$	0.24	-1
$4 < D_* < 10$	0.14	-0.64
$10 < D_* < 20$	0.04	-0.10
$20 < D_* < 150$	0.013	0.29
$150 < D_*$	0.055	0

### Conditions d'établissement de la formule

Formule établie pour le transport de sable. Calibration avec données de laboratoire, validée avec des données de laboratoire et de terrain.

### 6.2.14 Wilcock and Crowe [2003]

#### Formulation

$$W_i^* = \begin{cases} 0.002\phi^{7.5} & \text{si } \phi < 1.35 \\ 14 \left(1 - \frac{0.894}{\phi^{0.5}}\right)^{4.5} & \text{si } \phi \geq 1.35 \end{cases} \quad (90)$$

Avec

$$W_i^* = \frac{(s-1)gq_{vi}}{f_i u_*^3}, \quad \phi = \frac{\tau}{\tau_{ri}}, \quad \tau_{ri} = \tau_{rg} \left(\frac{D_i}{D_g}\right)^b, \quad b = \frac{0.67}{1 + \exp\left(1.5 - \frac{D_i}{D_g}\right)} \quad (91)$$

$$\tau_{rg} = (s-1)\rho g D_g (0.021 + 0.015 \exp[-20F_s])$$

ou  $q_{vi}$  est le transport volumique par unité de largeur pour la taille de grain  $i$  ( $q_b = \sum q_{vi}$ ),  $D_g$  est le diamètre moyen géométrique de la surface du lit (voir Parker 90),  $F_s$  est la fraction de sable à la surface du lit ( $F_s \leq 1$ ).

La correction de la contrainte est effectuée par la relation suivante [P Wilcock et al., 2009]:

$$\tau' = 17(SD_{65})^{1/4} U^{3/2} \quad (92)$$

Où  $D_{65}$  est en mm.

#### Conditions d'établissement de la formule

Cette formule a été construite à partir de données de laboratoire en granulométrie non uniforme (mélanges de sables et graviers), sur des pentes variables de 0.1 à 1.8%. Une particularité, par rapport aux autres équations issues du laboratoire, est que les flux ont été reliés non pas à la granulométrie injectée mais à l'état de surface du lit au moment de la mesure ('surface based approach') ce qui la rend plus légitime pour une utilisation sur le terrain.

### 6.2.15 Wong & Parker [2006]

#### Formulation

$$\Phi = 3.97[\tau^* - 0.0495]^{3/2} \quad (93)$$

#### Conditions d'établissement de la formule

Réanalyse des données de Meyer-Peter & Muller

# 7 GRANULOMÉTRIE TRANSPORTÉE

## 7.1 Calcul à partir des formules fractionnées

Quelques équations de transport proposent un calcul « fractionné » qui consiste à calculer un flux de transport  $q_{si}$  pour chaque classe granulométrique  $i$  en présence sur le lit du cours d'eau. Connaissant d'une part le flux total  $q_s$ , et d'autre part les flux  $q_{si}$  associés à chaque classe  $i$ , il est aisé de calculer la fraction transportée  $q_{si}/q_s$  correspondant à chaque diamètre  $D_i$  du lit et de construire la courbe en fréquence cumulée correspondante. Dans BedloadWeb cela concerne les équations de Parker [G. Parker, 1990] et Wilcock and Crowe [P.R. Wilcock and Crowe, 2003].

## 7.2 Modélisation de la granulométrie transportée

Cependant la plupart des équations de transport donnent une estimation du flux total transporté  $q_s$ , et ne donnent pas accès à la granulométrie concernée. C'est pourquoi la méthode GTM (Generalized Threshold Model) a été proposée et permet un calcul totalement indépendant du calcul de flux. Cette méthode étend le principe de début de transport à chaque classe granulométrique ; elle est présentée en détail dans un article [Recking, 2016], et un simple résumé est proposé ici.

GTM considère qu'on connaît un nombre de Shields  $\tau_{cRef}^*$  pour un diamètre de référence  $D_{ref}$ .

BedloadWeb utilise par défaut Ref=84 avec [Recking, 2009]:

$$\tau_{cD84}^* = \frac{\tau}{g(\rho_s - \rho)D_{84}} = 0.56S + 0.021 \quad (94)$$

Mais il est possible dans BedloadWeb de changer à la fois  $D_{Ref}$  et le  $\tau_{cRef}^*$  correspondant.

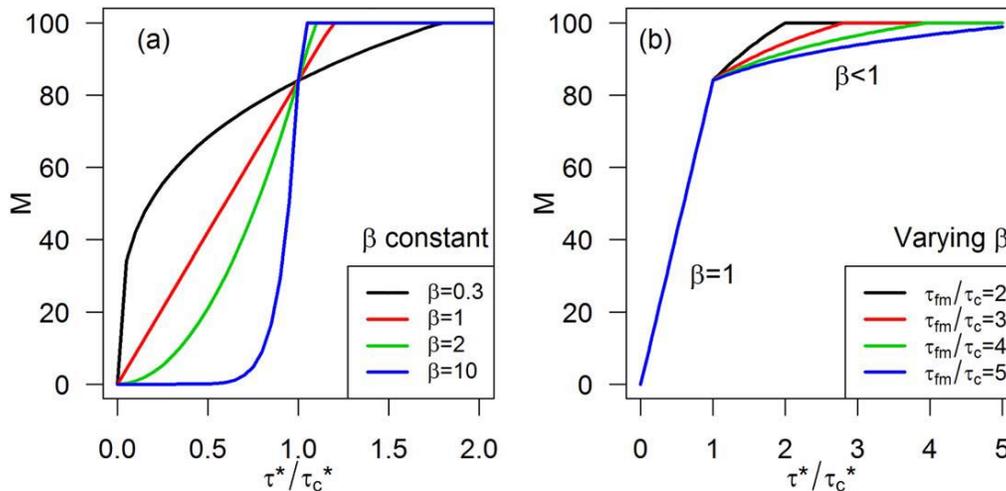
- *Écoulement compétent*

Pour une granulométrie du lit donnée (dont la courbe s'étale entre  $D_1$  et  $D_{100}$ ), on considère qu'à un débit donné caractérisé par un  $\tau^*$  sera associé une taille maximum de diamètre transporté  $D_1 \leq D_M \leq D_{100}$ . Il faut déterminer le centile  $M$  correspondant. En réarrangeant les équations précédentes, et en postulant que la relation établie pour les diamètres reste valable (ou a son équivalent) pour les percentiles, on pose :

$$M = \text{Ref} \left( \frac{\tau^*}{\tau_c^*} \right)^\beta \tag{95}$$

Où  $M \in [1-100]$  est l'indice de granulométrie du lit caractérisant le diamètre maximum transporté  $D_M$ ,  $\tau^*$  et  $\tau_c^*$  sont calculés pour  $D_{\text{Ref}}$ , et  $\beta > 0$  est un coefficient tel que :

- $\beta < 1$  simule un lit sableux avec transport non-nul quand  $\tau^* / \tau_c^*$  devient très petit
- $\beta = 1$  simule une dépendance linéaire entre la taille  $D_M$  et la contrainte
- $\beta > 1$  simule une dépendance non linéaire entre la taille  $D_M$  et la contrainte. En particulier lorsque  $\beta$  est grand ( $\beta > 10$ ) on reproduit le comportement d'une mobilité contrôlée par une couche de pavage de surface.



**Figure 29: Variation du percentile de taille maximum transportée  $M$  avec  $\tau^* / \tau_c^*$ , pour  $\text{Ref}=84$ , (a) avec  $\beta$  constant et (b) avec distinction entre les conditions de transport faibles ( $\beta=1$  dans l'exemple) et fortes**

Pour éviter une transition trop abrupte lorsque  $\tau^* / \tau_c^* > 1$  le terme beta est modélisé par (voir Recking 2016 pour plus de détails) :

$$\beta_{\tau^*/\tau_c^* > 1} = \frac{13.4 - 2.91 \ln(\text{Ref})}{\tau_{fm}^* / \tau_c^*} \tag{96}$$

Où  $\tau_{fm}^*$  désigne le nombre de Shields associé à une mobilité totale du lit.

- *Mobilité partielle ou totale*

Une fois qu'on a défini la taille maximum  $D_M$  des matériaux du lit susceptible d'être transportée, on considère que toutes les tailles inférieures sont mises en mouvement.

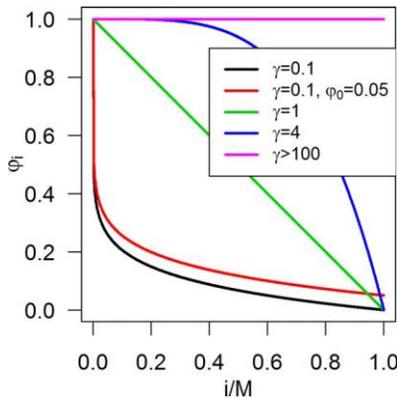
Cependant pour une classe donnée  $i$  en mouvement ( $D_i < D_M$ ), comment doit-on considérer sa mobilité ? Le concept de mobilité partielle considère que seulement une partie de cette classe de grains est en mouvement, le reste étant au repos [P.R. Wilcock and Mc Ardell, 1997]. A l'inverse on pourra considérer une mobilité totale de la classe de grains dès lors que cette classe est mobilisée par l'écoulement. L'état des connaissances actuel ne permet pas de trancher, et probablement le type de mobilité pourra dépendre de la morphologie et du degré de pavage du lit.

GTM ne tranche pas cette question par contre propose une fonction qui permet de simuler chaque situation. Ainsi la fraction  $\varphi_i$  mobilisée dans chaque classe de grains de la surface du lit sera donnée par :

$$\varphi_i = \varphi_0 + \left(1 - \left(\frac{i}{M}\right)^\gamma\right) \quad (97)$$

Où  $\varphi_0$  est la fraction que l'on souhaite minimum (par défaut c'est 0.01), et où l'exposant  $\gamma$  impose le maximum ainsi que le taux de décroissance de  $\varphi_i$  quand on considère des matériaux du lit de plus en plus grossiers. La Figure 30 montre le comportement de l'Eq.97 pour différents  $\gamma$ :

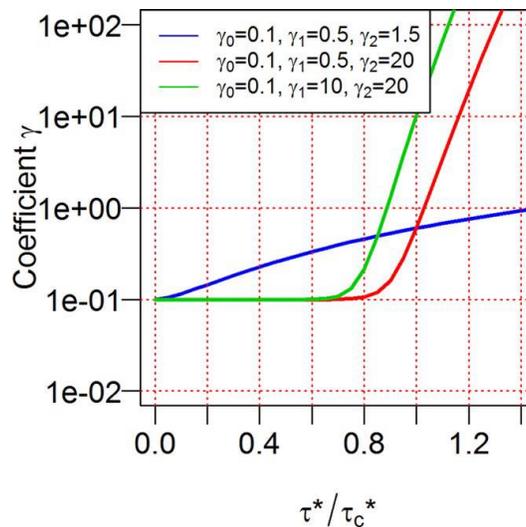
- $\gamma$  faible implique que pour une classe donnée le matériel partiellement mobile.
- $\gamma$  fort implique une mobilité totale dès que la classe est sollicitée par l'écoulement.



**Figure 30: Fraction  $\phi_i$  du  $i^{\text{th}}$  percentile de la granulométrie de surface ( $i \in [0, M]$ ) qui est mobile pour la contrainte hydraulique appliquée.**

Le choix de  $\gamma$  n'est pas évident pour les raisons rappelées plus haut, et cela l'est encore moins si on considère que a priori il n'y a aucune raison pour que  $\gamma$  soit constant ; il pourrait évoluer quand le débit augmente, avec pour une classe donnée  $i$ , un transport partiel aux faibles débits qui tend vers un transport total lorsque le débit augmente (par exemple des petits graviers pourraient être partiellement mobiles aux faibles débits et être totalement mobilisés au débits plus forts pour lesquels des cailloux, eux, seraient encore en transport partiel). C'est pourquoi une nouvelle fonction a été proposée reliant  $\gamma$  à  $\tau^* / \tau_c^*$  :

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{\tau^*}{\tau_c^*} \right)^{\gamma_2} \tag{98}$$



**Figure 31: Variation du coefficient gamma (i.e., de la mobilité au sein d'une classe donnée) avec le taux de transport.**

Le terme  $\gamma_0$  est 0.1 par défaut, les termes  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  dépendent du type de mobilité et leur définition se heurte aujourd’hui à la limitation de notre connaissance de la mobilité des lits en général. Deux calages sur deux situations très différentes ont été testés:

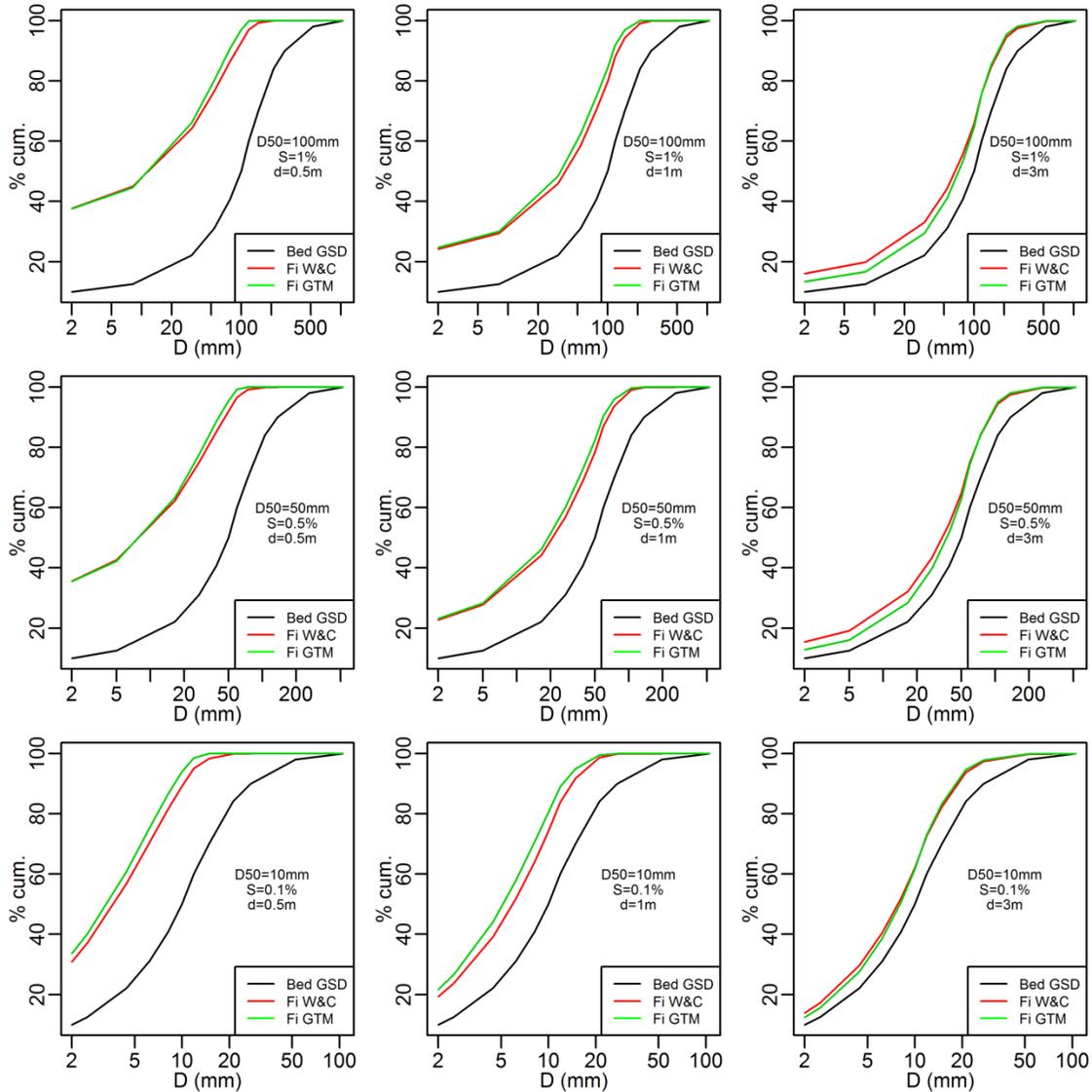
- La formule de Wilcock and Crowe calée sur des expérimentations de laboratoire avec transport partiel [*P.R. Wilcock and Crowe, 2003*]
- Les données de terrain de Oak Creek, avec un pavage de surface [*Milhous, 1973*]

Les résultats donnés dans le tableau suivant conduisent à deux jeux de coefficients distincts pour  $\beta$  et  $\gamma_2$ .

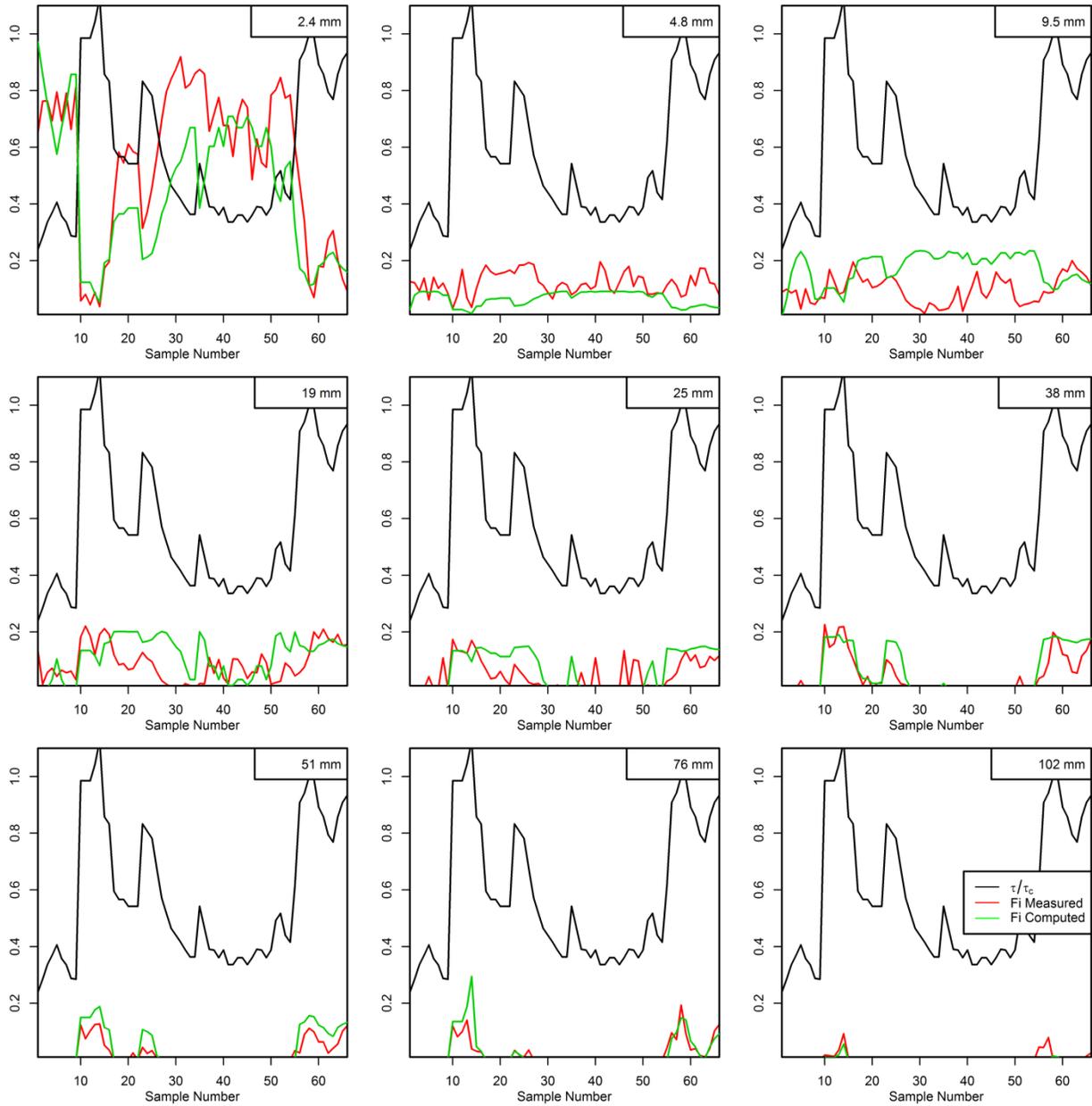
	Wilcock and Crowe	Oak creek	Signification
$\beta (\tau/\tau_c > 1)$	0.25 (computed)	0.25 (computed)	Determine the maximum percentile $M$ mobilized by the flow (Eq.95)
$\beta (\tau/\tau_c < 1)$	<b>0.5</b>	<b>2</b>	
$\gamma_0$	0.1	0.1	Determine the fraction $\varphi_i$ of a given percentile $i < M$ , that is mobile for a given shear stress (Eq.98)
$\gamma_1$	0.5	0.5	
$\gamma_2$	<b>1.5</b>	<b>20</b>	
$\varphi_0$	0.01	0.01	Minimum value for $\varphi_i$ (Eq.97)
$\tau_{fm}/\tau_c$	2	2	Determine the shear stress associated with $M=100$

**Tableau 5: Résultats du calage de GTM sur le comportement du modèle de Wilcock and Crowe et sur les données de Oak creek**

Tous ces coefficients sont modifiables sur BedloadWeb. En travaillant sur des données du Rhône, [*Vázquez-Tarrío et al., 2019*] ont retrouvé les valeurs de calage de Oak Creek. Des travaux de validation sont encore nécessaires et cela ne pourra se faire que par l’acquisition de nouvelles données.



**Figure 32: Reproduction des résultats du modèle de Wilcock and Crowe avec GTM pour différentes conditions de transport**



**Figure 33: Comparaison des granulométries transportées mesurées et calculées (avec GTM) pour Oak Creek**

## 8 CONCLUSION

---

Les notions et concepts de base ont été rappelés dans ce document, ainsi que les différentes équations. Le transport sédimentaire et la morphologie fluviale ne peuvent être qualifiés de science exacte, et ce document ne reflète que le point de vue de l'auteur. Tout n'a pas pu être expliqué en détail, et certains aspects pourront même donner l'impression d'être imprécis. Mais l'objectif était de rester dans un format concis et facile d'accès. Il n'est pas inutile de rappeler par ailleurs, que pour chaque aspect abordé dans ce manuscrit, le lecteur pourra trouver une littérature abondante sur le net.

Ce document pourra être complété par la suite.

# ANNEXE

Rappel de quelques conditions expérimentales de laboratoire

Auteur	$D$ (mm)	$\sigma$	$\rho_s$ (t/m <sup>3</sup> )	Pente $S_0$ (%)	$W$ (m)	Valeurs	Observation
Cao 1985	22.2	1.29*	2.57	1 to 9	0.6	124	Fortes pentes
	44.3	1.21*	2.75	1 to 9			
	11.5	1.24*	2.65	0.5 to 1			
Smart et Jaeggi 1983	4.3	8.46**		3 to 30	0.2	78	Fortes pentes
	4.2	1.44**		5 to 20			
	2	4.6**		5 to 20			
	10.5	1.34**		3 to 20			
Rickenmann 1990	10	1.34**	2.68	7 to 20	0.2	46	Charriage avec variation de la viscosité de l'eau
Meyer-Peter et Muller 1948	1.2		1.25	0.3 to 1.7	0.35	133	D'après Smart et Jaeggi (1983)
	à 28.65		à 4.2		à 2		
Bogardi et Yen 1939	10.34	1.18	2.63	1.2 to 2.5	0.83	44	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	6.85	1.11	2.61	1 to 2.5	0.83		
	15.19	1.11	2.64	1.1 to 2	0.3		
Casey 1935	1	1.16	2.65	0.1 to 0.5	0.4	90	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	2.46	2.81	2.65				
Gilbert 1914	3.17	1.13	2.65	0.8 to 2	0.13	377	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	4.94	1.13	2.65	0.6 to 3	to		
	7	1.12	2.65	0.7 to 3	0.6		
	0.506			0.3 to 2			
Graff et Suszka (1987)	12.2	1.52**	2.72	0.75 to 1.25	0.6	114	
	23.5	1.53	2.74	1.5 to 2.5			
HoPang-Yung 1939	1.4	1.96	2.64	0.1 to 0.5	0.4	80	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	2.01	1.9	2.45				
	3.13	2.24	2.49				
	4.36	1.59	2.7				
	6.28	1.49	2.66				
Mavis et al. 1937	4.18	1.23	2.66	0.1 to 1	0.82	283	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	3.12	1.25	2.66				
	2.03	1.29	2.66				
	1.41	1.24	2.66				
	3.73	1.30	2.66				
Paintal 1971	1.68	1.36	2.66		0.91	81	Tel que reporté par Brownlie (1981)
	22.2	1.07	2.65	0.1 to 1			
	7.95	1.1	2.65				
Julien et Raslan 1998	2.5	1.08	2.65		1.3	28	$R/D$ grand, "sheet flow"
	0.2	1.4**	2.5	0.19 to 0.42			
	0.6	1.43	2.7	2.57 to 5.11			
	0.4	2.39	2.6	3 to 5.3			
Einstein et Chien 1955	1.3	1.11	2.65	1.2 to 2.6	0.31	16	Tel que reporté par Brownlie (1981), $R/D$ grand
	0.94						
	0.274						
Sumer et al. 1996	0.13			0.38 to 0.94	0.3	19	$R/D$ grand, "sheet flow"

## REFERENCES

---

Aberle, j., and g. M. Smart (2003), the influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes, *journal of hydraulic research*, 41(3), 259-269.

Ancey, c. (2019a), bedload transport: a walk between randomness and determinism 1. The state of the art, *journal of hydraulic research*, 1-24.

Ancey, c. (2019b), bedload transport: a walk between randomness and determinism 2.challenges and prospects., *journal of hydraulic research*, 1-24.

Andrews, e. D. (1983), entrainment of gravel from naturally sorted riverbed material, *geological society of america bulletin*, 94(10), 1225-1231.

Andrews, e. D., and g. Parker (1987), formation of a coarse surface layer as the response to gravel mobility, in *sediment transport in gravel-bed rivers*, edited by j. W. Sons, pp. 269-325.

Ashworth, p. J., and r. Ferguson (1989), size-selective entrainment of bed load in gravel bed streams, *water resources research*, 25(4), 627-634.

Bagnold, r. A. (1980), an empirical correlation of bedload transport rates in flumes and natural rivers, *proc. R. Soc. Lond.*, a372, 453-473.

Bathurst, j. C. (1985), flow resistance estimation in mountain rivers, *journal of hydraulic engineering*, 111(4), 625-643.

Bathurst, j. C. (2007), effect of coarse surface layer on bed-load transport, *journal of hydraulic engineering (asce)*, 133(11), 1192-1205.

Brown, c. B. (1950), sediment transportation., in *engineering hydraulics*, edited, pp. 769-857, h.rouse, new york, wiley.

Buffington, j. M., and d. R. Montgomery (1997), a systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers, *water resources research*, 33(8), 1993-2027.

Camenen, b., and m. Larson (2005), a bedload sediment transport formula for the nearshore *estuarine, coastal shelf sci*, 63, 249-260.

Chanson, h. (1999), sediment transport mechanism. 1bedload transport in *the hydraulics of open channel flow*, edited by chanson, arnold, 338 euston road, london nw1 3bh, uk.

Chiari, m., and d. Rickenmann (2010), back-calculation of bedload transport in steep channels with a numerical model, *earth surface processes and landforms*, 36(6), 805-815.

Chin, a. (1998), on the stability of step-pool mountain streams, *the journal of geology*, 106, 59-69.

Clayton, a., and j. Pitlick (2007), persistence of the surface texture of a gravel-bed river during a large flood, *earth surface processes and landforms*, 33, 661-673.

Egiazaroff, i. V. (1965), calculation of nonuniform sediment concentrations, *journal of the hydraulics division (asce)*, hy4(6), 225-247.

Einstein, h. A. (1950), the bed-load function for sediment transportation in open channel flows *rep.*, 71 pp, united states department of agriculture - soil conservation service, washington.

Einstein, h. A., and n. Chien (1953), transport of sediment mixtures with large ranges of grain sizes *rep.*, 49 pp, mrd sediment series no.2, u.s. Army engineer division, missouri river, corps of engineers, omaha, neb.

Engelund, f., and e. Hansen (1967), a monograph on sediment transport in alluvial streams *rep.*, 62 pp, technical university of denmark.

Ferguson, r. (2007), flow resistance equations for gravel and boulder bed streams, *water resources research*, 43(w05427), 1-12.

Gilbert, g. K. (1914), the transportation of debris by running water *rep.*, 263 pp, us geological survey, washington government printing office.

Gimenez-curto, l. A., and m. A. Cornerio (2006), comment on "characteristic dimensions of the step-pool bed configuration: an experimental study" by joanna c.curran and peter wilcock, *water resources research*, 42.

Grant, g., f. Swanson, and g. Wolman (1990), pattern and origin of stepped-bed morphology in high-gradient streams, western cascades, oregon, *geological society of america bulletin*, 102, 340-352.

Grant, g. E. (1997), critical flow constrains flow hydraulics in mobile-bed streams: a new hypothesis, *water resources research*, 33(2), 349-358.

Guy, h. P., d. B. Simons, and e. V. Richardson (1966), summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956-61 *rep.*, 96 pp, usgs report n° 462-i.

Hager, w. H. (2005), du boys and sediment transport., *j. Hydraul. Res.*, 43, 227-233.

Hey, r. D. (1979), flow resistance in gravel bed rivers, *journal of the hydraulics division (asce)*, 105(4), 365-379.

Keulegan, g. B. (1938), laws of turbulent flow in open channels, *journal of research of the national bureau of standards*, 21(research paper 1151), 707-741.

Komar, p. D. (1987), selective grain entrainment by a current from a bed of mixed sizes: a reanalysis, *journal of sedimentary petrology*, 57(6), 203-211.

Kuhnle, r. A. (1992), fractional transport rates of bedload on goodwin creek, in *dynamics of gravel bed rivers*, edited by p.billi, r. D. Hey, c. Thorne and p. Tacconi, pp. 141-155, john wiley & sons.

Lamb, m. P., w. E. Dietrich, and j.-g. Venditti (2008), is the critical shields stress for incipient sediment motion dependent on channel-bed slope?, *j. Geophys. Res.*, 113(f02008, doi:10.1029/2007jf000831).

Lanzoni, s. (2000), experiments on bar formation in a straight flume 2. Graded sediment, *water resources research*, 36(11), 3351.

Lawrence, d. S. L. (1997), macroscale surface roughness and frictional resistance in overland flow, *earth surface processes and landforms*, 22, 365-382.

Lefort, p. (2007), une formule semi-empirique pour le transport solide des rivières et des torrents, paper presented at transport solide et gestion des sédiments en milieu naturel et urbain, shf143-149, lyon.

Lenzi, m. A. (2001), step-pool evolution in the rio cordon, northeastern italy, *earth surface processes and landforms*, 26, 991-1008.

Lenzi, m. A., l. Mao, and f. Comiti (2004), magnitude frequency analysis of bed load data in an alpine boulder bed stream, *wat. Resour. Res.*, 40(w0720).

Lisle, t. E. (1995), particle size variations between bed load and bed material in natural gravel bed channels, *water resources research*, 31(4), 1107-1118.

Meyer-peter, e., and r. Mueller (1948), formulas for bed-load transport, paper presented at proceedings 2nd meeting iahr, stockholm.

Milhaus, r. T. (1973), sediment transport in a gravel-bottomed stream, 232 pp, phd thesis, oregon state university, corvallis.

Misset, c., a. Recking, c. Legout, n. Valsangkar, n. Bodereau, s. Zanker, a. Poirel, and l. Borgniet (sub), the dynamics of suspended sediment in a typical alpine river reach: insight from a seasonal survey, *water resour. Res.*

Misset, c., et al. (2020), combining multi-physical measurements to quantify bedload transport and morphodynamic interactions in an alpine braiding river reach, *geomorphology*.

Molnar, p., a. L. Densmore, b. W. Mcardell, j. M. Turowski, and p. Burlando (2010), analysis of changes in the step-pool morphology and channel profile of a steep mountain stream following a large flood, *geomorphology*, 124(1-2), 85-94.

Mueller, e. R., and j. Pitlick (2005), morphologically based model for bedload transport capacity in a headwater stream, *j. Geophys. Res.*, 110(f02016), 1-14.

Mueller, e. R., and j. Pitlick (2014), sediment supply and channel morphology in mountain river systems: 2. Single thread to braided transition, *journal of geophysical research*, 119, 1516-1554.

Nikora, v. l., d. Goring, i. Mcewan, and g. Griffiths (2001), spatially averaged open-channel flow over rough bed, *journal of hydraulic engineering*, 127(2), 123-133.

Nikuradse, j. (1933), strömungsgesetze in rauhen rohren (laws of flow in rough pipes), *forschungsheft verein deutscher ingenieure n°361*.

Nowell, a. R., and m. Church (1979), turbulent flow in a depth-limited boundary layer, *journal of geophysical research*, 84(c8), 4816-4824.

Parker, g. (1979), hydraulic geometry of active gravel rivers, *journal of hydraulic engineering (asce)*, 105(9), 1185-1201.

Parker, g. (1990), surface-based bedload transport relation for gravel rivers, *journal of hydraulic research*, 28(4), 417-428.

Parker, g. (2009), m.s. Yalin's contribution to bedload transport in rivers: 46 years of hindsight, *can. J. Civ. Eng.*, 36, 1579-1586.

Parker, g., and p. C. Klingeman (1982), on why gravel bed streams are paved, *water resources research*, 18(5), 1409-1423.

Parker, g., p. C. Klingeman, and d. G. Mclean (1982), bedload and size distribution in paved gravel-bed streams, *journal of the hydraulics division (asce)*, 108(hy4), 544-571.

Parker, g., g. Seminara, and I. Solari (2003), bed load at low shields stress on arbitrarily sloping beds: alternative entrainment formulation, *water resources research*, 39(7), 1183.

Peterson, a. W., and r. F. Howells (1973), a compendium of solids transport data for mobile boundary channels, *rep.*, department of civil engineering, the university of alberta.

Petit, f. (1994), dimensionless critical shear stress evaluation from flume experiments using different gravel beds, *earth surface processes and landforms*, 19, 565-576.

Piton, g., and a. Recking (2017), the concept of “travelling bedload” and its consequences for bedload computation in mountain streams, *geomorphology*.

Piton, g., and a. Recking (2019), steep bedload-laden flows: near-critical?, *journal of geophysical research*.

Recking, a. (2009), theoretical development on the effects of changing flow hydraulics on incipient bedload motion, *water resources research*, 45, w04401, 16.

Recking, a. (2010), a comparison between flume and field bedload transport data and consequences for surface based bedload transport prediction, *water resources research*, 46, 1-16.

Recking, a. (2013a), a simple method for calculating reach-averaged bedload transport, *journal of hydraulic engineering*, 139(1).

Recking, a. (2013b), an analysis of non-linearity effects on bedload transport prediction, *journal of geophysical research - earth surface*, 118, 1-18.

Recking, a. (2016), a generalized threshold model for computing bedload grain size distribution, *water resour. Res.*

Recking, a., and j. Pitlick (2013), shields versus isbach, *journal of hydraulic engineering*, 139(1), 1-5.

Recking, a., p. Leduc, f. Liébault, and m. Church (2012), a field investigation of the influence of sediment supply on step-pool morphology and stability, *geomorphology*, 139-140, 53-66.

Recking, a., g. Piton, d. Vazquez-tarrio, and g. Parker (2015), quantifying the morphological print of bedload transport, *earth surface processes and landforms*.

Recking, a., p. Frey, a. Paquier, p. Belleudy, and j. Y. Champagne (2008), feedback between bed load and flow resistance in gravel and cobble bed rivers, *water resources research*, 44, 21.

Rickenmann, d. (1991), hyperconcentrated flow and sediment transport at steep slopes, *journal of hydraulic engineering (asce)*, 117(11), 1419-1439.

Rickenmann, d. (2012), alluvial steep channels: flow resistance, bedload transport and transition to debris flows, in *gravel bed rivers: processes, tools, environment*, edited by m. Church, p. Biron and a. Roy, pp. 386-397, john wiley & sons, chichester, england.

Rickenmann, d., and a. Recking (2011), evaluation of flow resistance in gravel-bed rivers through a large field dataset, *water resources research*, 47, 1-22.

Schoklitsch, a. (1962), *handbuch des wasserbaus (in german)*, springer verlag (3rd edition), wien.

Shields, a. (1936), application of similarity principles and turbulence research to bed load movement *rep.*, us dept of agr. , soil conservation service cooperative laboratory, california institute of technology, pasadena, calif.

Smart, g. M., and m. N. R. Jaeggi (1983), *sediment transport on steep slopes*, 89-191 pp., mitteilungen n°64, der versuchsanstalt fuer wasserbau, hydrologie und glaziologie, eidg. Techn. Hochschule zuerich, zurich.

Strickler, k. (1923), beiträge zur frage der geschwindigkeitsformel und der rauigkeitszahlen für ström, kanäle und geschlossene leitungen, paper presented at eidgenössisches amt für wasserwirtschaft, n°16, bern, switzerland.

Turowski, j. M., e. M. Yager, a. Badoux, d. Rickenmann, and p. Molnar (2009), the impact of exceptional events on erosion, bedload transport and channel stability in a step-pool channel, *earth surface processes and landforms*, 34, 1661-1673.

Van rijm, l. C. (1984), sediment transport, part ii: suspended load transport, *journal of hydraulic engineering*, 110(11), 1613-1641.

Van rijm, l. C. (1984), sediment transport, part i: bedload transport, *journal of hydraulic engineering*, 110(10), 1431-1457.

Vázquez-tarrío, d., m. Tal, b. Camenen, and h. Piégay (2019), effects of continuous embankments and successive run-of-the-river dams on bedload transport capacities along the rhône river, france, *science of the total environment*, 658, 1375-1389.

Whitaker, a. C., and d. F. Potts (2007), analysis of flow competence in an alluvial gravel bed stream, dupuyer creek, montana, *water resources research*, 43(w07433), 1-16.

Whitaker, a. C., and d. Potts (2007), coarse bed load transport in an alluvial gravel bed stream, dupuyer creek, montana, *earth surface processes and landforms*, 32(13), 1984-2004.

White, c. M. (1940), the equilibrium of grains on the bed of a stream, *proc. Roy. Soc., a* 174, 322-338.

Whittaker, j. G., and m. Jaeggi (1982), origin of step-pool systems in mountain streams, *journal of the hydraulics division*, 108(hy6), 758-773.

Wiberg, p., and j. D. Smith (1987), calculation of the critical shear stress for motion of uniform and heterogeneous sediments, *water resources research*, 23(8), 1471-1480.

Wiberg, p., and j. D. Smith (1991), velocity distribution and bed roughness in high-gradient streams, *water resources research*, 27(8), 825-838.

Wilcock, p. (2001), toward a practical method for estimating sediment-transport rate in gravel-bed rivers, *earth surface processes and landforms*, 26, 1395-1408.

Wilcock, p., j. Pitlick, and y. Cui (2009), sediment transport primer, estimating bed-material transport in gravel-bed rivers *rep.*, 78 pp, gen tech rep rmrs-gtr-226. Fort collins, co: u.s. Department of agriculture, forest service, rocky mountain research station.

Wilcock, p. R. (1993), critical shear stress of natural sediments, *journal of hydraulic engineering*, 119(4), 491-505.

Wilcock, p. R., and b. W. Mc ardell (1997), partial transport of a sand/gravel sediment, *water resources research*, 33(1), 235.

Wilcock, p. R., and j. C. Crowe (2003), surface-based transport model for mixed-size sediment, *journal of hydraulic engineering (asce)*, 129(2), 120-128.

Wilcock, p. R., and b. T. Detemple (2005), persistence of armor layers in gravel-bed streams, *geophysical research letter*, 32(i08402), 1-4.

Wilcock, p. R., s. T. Kenworthy, and j. C. Crowe (2001), experimental study of the transport of mixed sand and gravel, *water resources research*, 37(12), 3349.

Williams, g. P. (1970), flume width and water depth effects in sediment transport experiments *rep.*, us geological survey.

Wong, m., and g. Parker (2006), re-analysis and correction of bed load relation of meyer-peter and muller using their own database, *journal of hydraulic engineering*, 132(11), 1159-1168.



Yu, g.-a., z.-y. Wang, k. Zhang, t.-c. Chang, and h. Liu (2009), effect of incoming sediment on the transport rate of bed load in mountains streams, *international journal of sediment research*, 24, 260-273.